

Le programme demande deux nombres et ensuite, affiche la différence entre le premier et le deuxième. Il ne calcule le véritable écart entre nb1 et nb2 que si $nb1 > nb2$; dans le cas opposé (si $nb1 < nb2$) il donnera un nombre négatif alors que l'écart est positif (il faudrait faire alors $nb2 - nb1$).

b) John a trouvé une formule pour calculer les nombres triangulaires dans un tableur : il a mis dans la ligne 1 la suite des entiers (voir l'image ci-dessous) et il a mis 1 (case B2) en-dessous du 1 (case B1). Qu'a-t-il mis comme formule dans la case C2 ?

C2		=B2+C1					
	A	B	C	D	E	F	G
1	n	1	2	3	4	5	6
2	Tn	1	3	6	10	15	21

Voici la formule tapée par John : $=B2+C1$
(voir l'image qui montre la ligne de saisie)

NB : Pour la suite, John a simplement cliqué sur la poignée noire (en bas à droite de la case C2) et tiré cette poignée vers la droite pour recopier la formule

(ce qui a pour effet de modifier les valeurs : en D2 il y aura écrit $=C2+D1$, etc.)

*TICE : Technologies de l'Information et de la Communication pour l'Enseignement

5. Recherche (2 pts)

Les nombres entiers peuvent-ils *tous* être reconstitués par une somme d'entiers consécutifs ?

Le nombre 25, par exemple, peut être reconstitué par la somme $12+13$ de deux entiers consécutifs.

Chercher une telle décomposition pour les nombres entiers jusqu'à 20. Conclure.

1	1		
2			
3	1+2		
4			
5	2+3		
6	1+2+3		
7	3+4		
8			
9	2+3+4	4+5	
10	1+2+3+4		
11	5+6		
12	3+4+5		
13	6+7		
14	2+3+4+5		
15	1+2+3+4+5	4+5+6	7+8
16			
17	8+9		
18	3+4+5+6	5+6+7	
19	9+10		
20	2+3+4+5+6		
21	1+2+3+4+5+6	6+7+8	10+11
22	4+5+6+7		
23	11+12		
24	7+8+9		
25	3+4+5+6+7	12+13	
26	5+6+7+8		
27	2+3+4+5+6+7	8+9+10	13+14
28	1+2+3+4+5+6+7		
29	14+15		
30	4+5+6+7+8	9+10+11	
31	15+16		
32			
33	3+4+5+6+7+8	10+11+12	16+17
34	7+8+9+10		
35	2+3+4+5+6+7+8		

Voici les décompositions pour les premiers nombres (le tableau à gauche).

Il n'y en a pas pour 2, 4, 8, 16, 32, etc.

NB : On devine que c'est pour toutes les puissances de 2 qu'il n'y en a pas, mais ce n'est alors qu'une conjecture.

Si vous voulez une preuve à cette propriété, vous pouvez essayer de lire [cette page](#).

L'idée de cette démonstration est de considérer une somme de nombres entiers consécutifs comme la différence entre deux nombres triangulaires, d'étudier les propriétés de ces nombres et de montrer qu'ils doivent forcément contenir un diviseur impair. Ils ne peuvent donc pas être des puissances de 2...

Par curiosité, on peut essayer, avec un tableur, de dresser la liste de ces nombres trapézoïdaux (différences de deux nombres triangulaires). Considérons le tableau suivant :

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Tn	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55	66	78	91	105
Tn-T1	0	2	5	9	14	20	27	35	44	54	65	77	90	104
Tn-T2		0	3	7	12	18	25	33	42	52	63	75	88	102
Tn-T3			0	4	9	15	22	30	39	49	60	72	85	99
Tn-T4				0	5	11	18	26	35	45	56	68	81	95
Tn-T5					0	6	13	21	30	40	51	63	76	90
Tn-T6						0	7	15	24	34	45	57	70	84
Tn-T7							0	8	17	27	38	50	63	77
Tn-T8								0	9	19	30	42	55	69
Tn-T9									0	10	21	33	46	60
Tn-T10										0	11	23	36	50
Tn-T11											0	12	25	39
Tn-T12												0	13	27
Tn-T13													0	14
Tn-T14														0

Il est constitué sur la ligne « Tn » : des nombres triangulaires. Sur la ligne « Tn-T1 » du dessous, il y a les mêmes nombres privés de T1=1 (le triangle a perdu sa tête). En dessous on enlève

un peu plus de la tête du triangle (T2=3 enlevé sur la ligne « Tn-T2 », et ainsi de suite, selon le même principe).

Les nombres sur fond jaune ne sont pas des sommes de nombres consécutifs (il s'agit des entiers ; le nombre triangulaire a perdu tout sauf la base). Ils n'entrent pas dans les possibilités de décomposition. Les nombres sur fond rose sont ceux qui se décomposent en somme de nombres consécutifs. Par exemple, il y a un 9 (sur fond magenta) égal à $T4-T1$, c'est-à-dire $2+3+4$, et un autre égal à $T5-T3$, c'est-à-dire $4+5$. Et il n'y a pas d'autre 9. En observant bien ce tableau, il n'y a aucune puissance de 2 sur fond rose. C'est ce que l'on doit montrer.