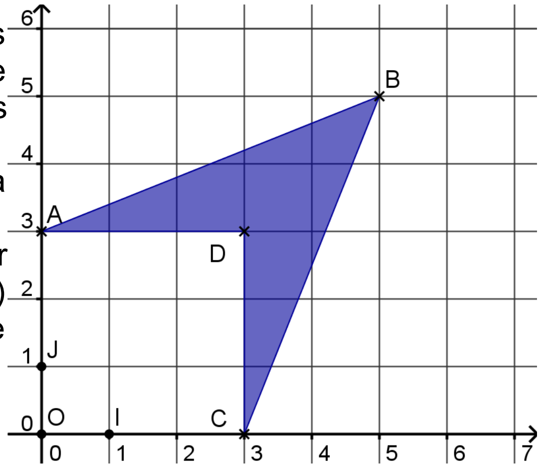
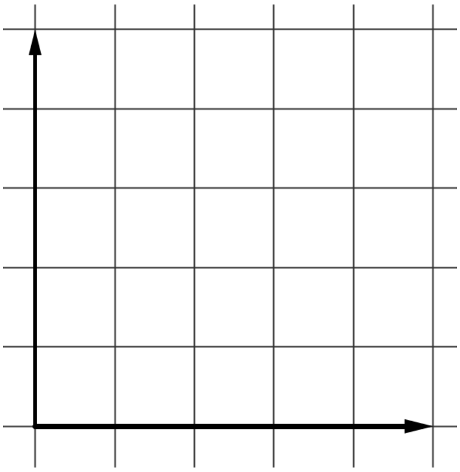
Activités de repérage sur une droite et dans le plan : codage d'une figure géométrique

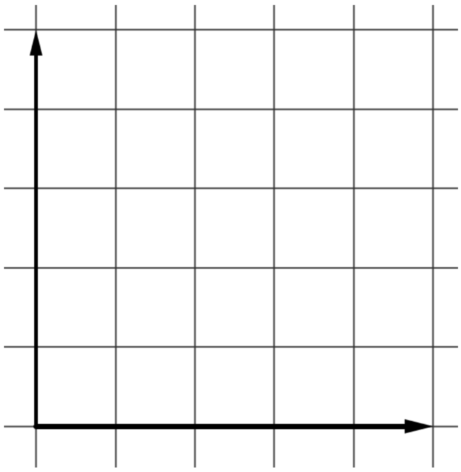
Codage avec des coordonnées entières

Il est parfois utile de coder une forme géométrique par des nombres (programme informatique, jeux vidéos, etc.) Une façon de réaliser cela est d'utiliser les **coordonnées** des sommets de la figure.
Un **repère** du plan (3 points non alignés) permet d'exprimer la position de n'importe quel autre point.
Sur la figure de droite, (O, I, J) est un repère orthonormé car (OI) et (OJ) sont perpendiculaires (on dit aussi orthogonaux) et OI = OJ. Avec le système de ces 2 axes gradués d'origine commune O, les coordonnées des points de la figure sont :
O(0;0) - I(1;0) - J(0;1) - A(0;3) - B(5;5) - C(3;0) - D(3;3)
Nous avons ensuite colorié le quadrilatère ABCD.



Exercice 1 : Tracez les figures géométriques données par les coordonnées de leurs sommets dans le repère (O, I, J).





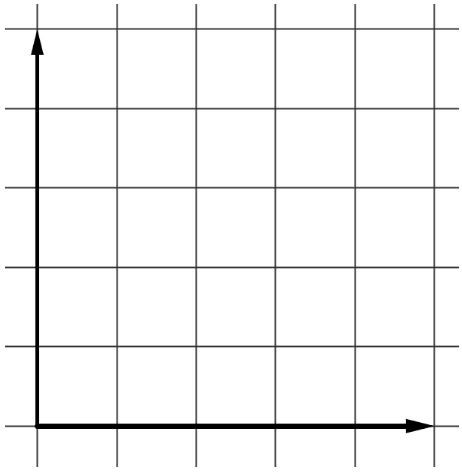


Figure 1 : Placer les points M(2;0) - N(4;2) - P(2;4) – Q(0;2) puis tracer le quadrilatère MNPQ.
Figure 2 : Placer les points A(0;0) - B(1;1) - C(2;0) - D(4;0) - E(2;2) - F(2;4) - G(0;4) - H(1;3) - K(0;2) puis tracer le nonagone ABCDEFGHK.
Figure 3 : Placer les points a(0;2) - b(1;2) - c(3;0) - d(3;1) - e(5;3) - f(4;3) - g(2;5) - h(2;4) et puis aussi m(2;2) - n(3;2) - o(3;3) – p(2;3) puis tracer le polygone qui a un bord extérieur octogonal abcdefgh et un trou quadrilatéral mnop.

Exercice 2 :

Les figures géométriques précédentes ont été obtenues à l'aide des pièces du puzzle Tangram. Ces pièces sont découpées dans le carré de la figure 1 selon le schéma suivant où on donne les coordonnées des sommets :

Pièce L1 : (2;0) - (2;2) - (0;2)
Pièce L2 : (0;2) - (2;2) - (2;4)
Pièce S1 : (2;2) - (3;2) - (2;3)
Pièce S2 : (2;0) - (3;1) - (2;1)

Pièce M : (3;1) - (4;2) - (3;3)
Pièce Z : (2;3) - (3;2) - (3;3) - (2;4)
Pièce Q : (2;1) - (3;1) - (3;2) - (2;2)

a) Placer les pièces sur la figure 1 à l'aide des coordonnées ci-dessus
b) Retrouver la place des pièces sur les figures 2 et 3 et donnez ensuite les coordonnées des sommets (en commençant par le point le plus en bas à gauche et en tournant dans le sens inverse des aiguilles d'une montre).

Pièce L1 : (;) - (;) - (;)
Pièce L2 : (;) - (;) - (;)
Pièce S1 : (;) - (;) - (;)
Pièce S2 : (;) - (;) - (;)
Pièce M : (;) - (;) - (;)
Pièce Z : (;) - (;) - (;) - (;)
Pièce Q : (;) - (;) - (;) - (;)

Pièce L1 : (;) - (;) - (;)
Pièce L2 : (;) - (;) - (;)
Pièce S1 : (;) - (;) - (;)
Pièce S2 : (;) - (;) - (;)
Pièce M : (;) - (;) - (;)
Pièce Z : (;) - (;) - (;) - (;)
Pièce Q : (;) - (;) - (;) - (;)

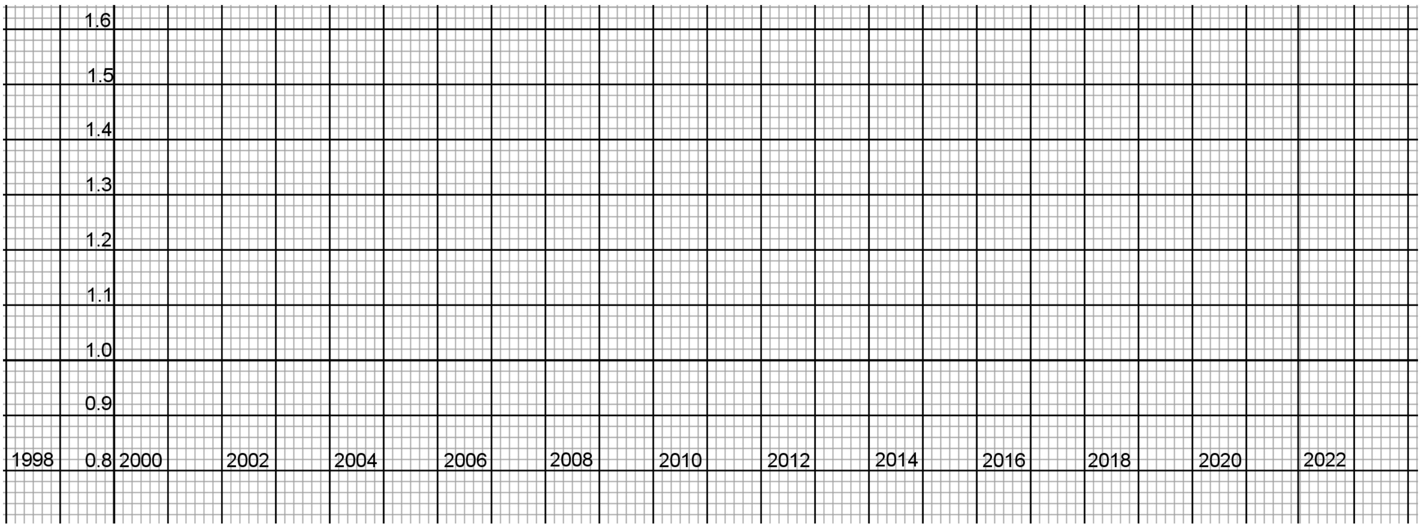
Activités de repérage sur une droite et dans le plan: La parité euro/dollar

I] Historique de l'euro :

*- 31 décembre 1998 : La parité de l'euro avec les anciennes monnaies européennes (deutsch mark, lire italienne, franc français...) est arrêtée. Elle correspond à une valeur d'**un euro pour 1,1665 dollar**.*
*- 4 janvier 1999 : Pour le premier jour de cotation officielle, **l'euro termine les échanges à 1,1837 dollar.***
*<u>2000</u>-27 janvier : Pour la 1ère fois, **l'euro passe sous le niveau de parité, à 0,9882 dollar.***
*26 octobre : **L'euro à son plus bas historique à 0,8230 dollar.***
*9 novembre : Après une série d'interventions de la Banque centrale européenne (BCE), **l'euro repasse au-dessus de 0,86 dollar.***
<u>2002</u>-2 janvier : Les pièces et billets sont introduits en euro : la devise grimpe, un mouvement qui va se poursuivre doucement avec une économie américaine affaiblie.
*15 juillet : **L'euro atteint la parité avec le dollar.** À partir de cette date, la tendance de long terme reste à l'appréciation de l'euro face au dollar.*
*<u>2004</u>- 30 décembre 2004 : **L'euro grimpe à 1,3666 dollar.***
*15 novembre 2005 : Après presque un an de correction, **l'euro recule jusqu'à 1,1640 dollar**, avant de rebondir.*
*<u>2007</u>-10 juillet **: L'euro franchit 1,37 dollar** pour la première fois.*
*20 septembre **: L'euro franchit 1,40 dollar** pour la première fois*
*28 septembre **: L'euro franchit 1,42 dollar** pour la première fois.*
*18 octobre **: L'euro passe le seuil de 1,43 dollar.***
*29 octobre **: L'euro passe pour la première fois le cap de 1,44 dollar.***
*31 octobre **: L'euro franchit la barre de 1,45 dollar.***
*7 novembre **: L'euro franchit successivement 1,46 puis 1,47 dollar**, au lendemain, notamment, de déclarations du président français Nicolas Sarkozy à Washington selon lesquelles les États-Unis n'ont pas besoin "d'un dollar trop faible" pour soutenir leur économie. Sur un an, sa hausse par rapport au billet vert approche les 15% et sur deux ans elle dépasse 24,5%.*
*20 novembre : **La devise européenne va au-delà de 1,48 dollar.***
*23 novembre **: Le seuil des 1,49 dollar** est à son tour franchi pendant les échanges asiatiques.*
*<u>2008</u>-26 février 2008 **: La monnaie unique européenne franchit pour la première fois le seuil symbolique de 1,50 dollar**, à la faveur d'un indicateur allemand sur le climat des affaires, qui est ressorti meilleur que prévu et qui a été d'autant plus remarqué que les indicateurs macroéconomiques moroses se sont enchaînés aux États-Unis.*
Un nouveau record historique est inscrit à 1,5047 dollar en fin d'échanges américains.
*4 mars 2008 : **Sommet historique pour la monnaie unique à 1,5274 dollar.***
*6 mars 2008 **: L'euro s'établit à 1,53 dollar.** Nouveau record.*

1) <u>Représentation de l'historique</u> : Reporter les informations principales du texte dans ce tableau puis placer les points correspondants dans le graphique ainsi que la courbe en dents de scie qui les joint.

Date au format AAAA,MM														
Pour 1€														



2) <u>Actualisation</u> : Les courbes suivantes donnent les variations de la parité euro/dollar depuis 2008.

Compléter le graphique précédent en ajoutant les points principaux repérés par leurs coordonnées approximatives.

Date								
Pour 1€								

<u>Prolongement</u> : Écrire un texte dans le style du précédent qui décrive (de façon succincte) les principales étapes de l'histoire de l'euro face au dollar sur cette période.

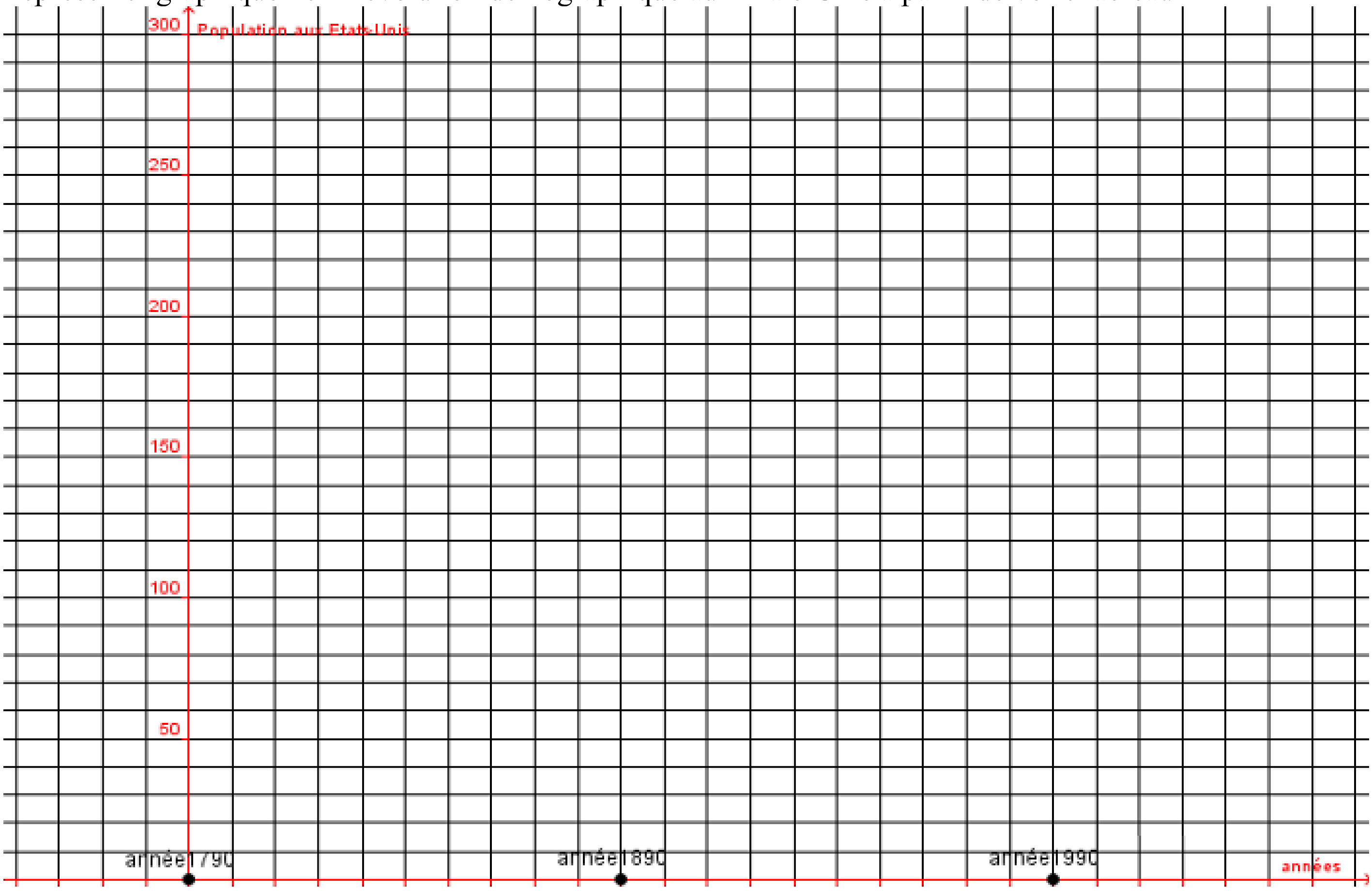
2] Population

La population des États-Unis, 4 millions d'habitants en 1790, lors du premier recensement, dépassait 5 millions en 1800, et atteignait 67,6 millions en 1900. Cette forte croissance, sur un territoire qui s'était accru, résultait de vagues migratoires successives, mais aussi de la fécondité élevée des Blancs et des Noirs. Un nouveau doublement de la population a eu lieu entre 1940 - 132 millions d'habitants - et 1995, 265 millions. En 1998, les États-Unis (50 États), dont la superficie représente 17 fois celle de la France métropolitaine, ont 270 millions d'habitants, ce qui les place au 3 ème rang mondial, loin derrière la Chine (1260 millions) et l'Inde (990 millions). En 2007, les États-Unis comptent officiellement 302 millions d'habitants. En 2011 la population est estimée à 312 millions d'habitants. Aujourd'hui, en juin 2023, on estime qu'il y a 331,9 millions d'américains.

Combien d'années se sont écoulées entre le premier recensement aux États-Unis et la dernière valeur estimée de la population? …..

Reporter dans le tableau ci-dessous les valeurs et les dates où le texte donne la population de ce pays.

Représenter graphiquement l'évolution démographique aux États-Unis à partir de votre tableau



Prolonger la courbe obtenue pour faire une prévision de la population des États-Unis en 2040 si celle-ci continue à évoluer de la même façon. Votre prévision : ....

Étude d'une évolution comparée :

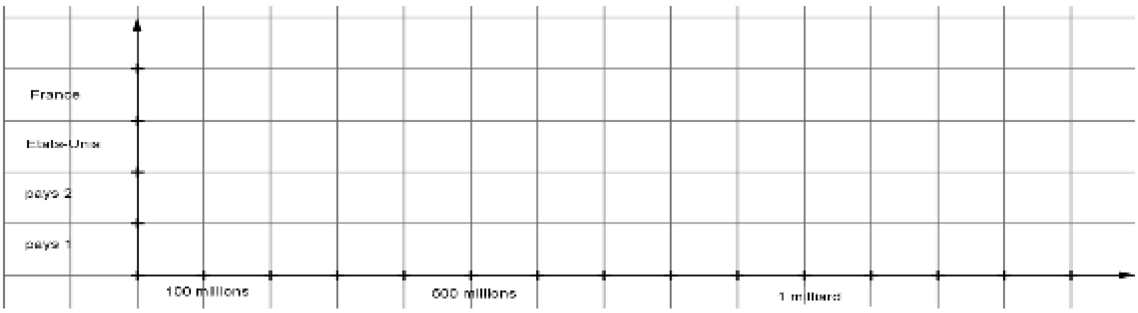
En 1998, d'après le texte, la population de deux autres est donnée. Quels sont ces pays et quelle était leur population en 1998? Rappeler aussi la population des États-Unis à cette période. Les populations manquantes en 2023 sont donnés.

pays 1 :.. population 1998 ....1260 millions..... population 2023 ....1412 millions ......

pays 2 :.. population 1998 .... population 2023 ....1408 millions ......

pays 3 : …........ États-Unis …............ population 1998 .... population 2023 ....

On veut représenter l'évolution de ces trois populations sur un graphique où les pays sont placés sur l'axe vertical et leur population sur l'axe horizontal. On trace alors deux rectangles côte à côte pour les deux dates et pour chacun des pays. Faire de même pour la population française (60 et 68 millions environ en 1998 et 2023).



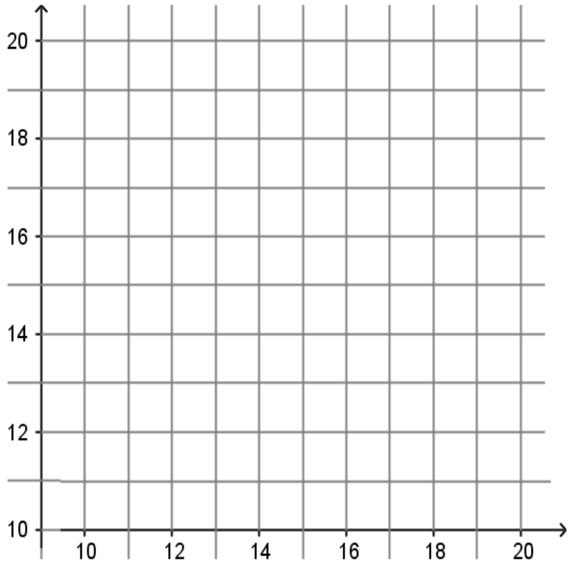
3] Nuage de points

Les résultats d'un groupe d'élèves à deux épreuves de mathématiques, l'une écrite et l'autre orale, sont données dans le tableau ci-dessous.

Nom	Mr A	Mr B	Mr C	Mme D	Mme E	Mr F	Mme G	Mr H	Mme I	MmeJ
Épreuve écrite	11	12	10	15	12	14	12	18	9	17
Épreuve orale	15	17	13	17	18	16	15	16	15	19

a) Représenter les résultats de ces élèves dans un graphique : la note écrite sur l'axe horizontal et la note orale sur l'autre axe.

b) Calculer et faire figurer sur le graphique
la moyenne des élèves à l'écrit ……., à l'oral …........
la moyenne des garçons à l'écrit ……., à l'oral …........
la moyenne des filles à l'écrit ……., à l'oral …........



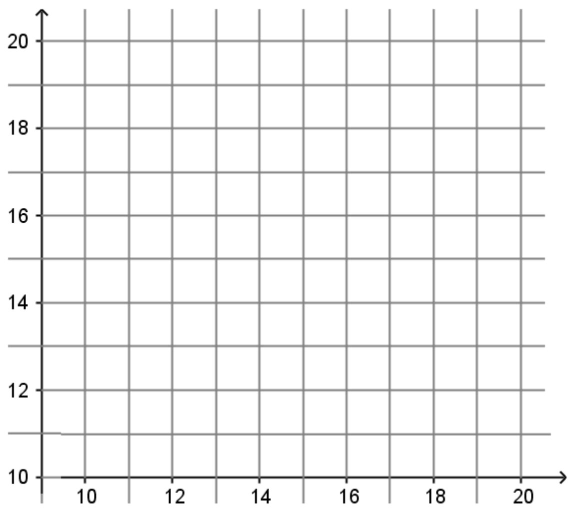
c) Commenter ce nuage de points
(les points sont-ils regroupés/dispersés ? Les garçons réussissent-ils mieux/moins bien que les filles ? Les meilleurs à l'écrit sont-ils les meilleurs à l'oral ? Qu'apportent de plus les moyennes ? etc.)

…..
…..
…..
…..
…..
…..

d) Reprendre ce type d'étude avec les notes en français/maths de ce groupe d'élèves.

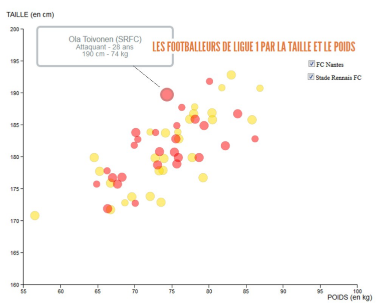
	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
Français	17,5	14	18	18,5	16	18,5	16,5	17	13	14	16	15,5	16,5	11	15	12,5
Maths	14,5	17,5	15	17	13	13,5	14	18	4,5	9,5	12	12	14	9	14,5	10

Calculer et faire figurer sur le graphique
la moyenne des élèves en français ……., en maths …........



Commentaires
(les points sont-ils regroupés/dispersés ? Les meilleurs en français sont-ils les meilleurs en maths ? etc.)

…..
…..
…..
…..
…..
…..
…..
…..



e) On peut étudier avec un nuage de points d'autres grandeurs que des notes. Voici à gauche l'étude de deux équipes de football de ligue 1 par la taille et le poids des joueurs en 2014 (FC Nantes et Stade Rennais FC).
Que peut-on dire de la taille et du poids de Ola Toivonen ?

…..
…..

Activité de représentation des répartitions en démographie

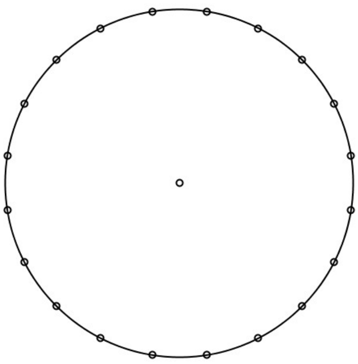
a) La population française par groupe d'âge au 1er janvier 1910, 1950, 2010 et 2050 (d'après l'Insee) :
Complétez ce tableau.

France métropolitaine	Total	Moins de 20 ans	20 ans à 59 ans	60 ans ou plus	dont 75 ans ou plus
1910	39 600 000	13 305 600	21 265 200	5 029 200	990 000
1950		12 535 747	22 364 439	6 746 814	1 582 586
2010	62 312 000	15 139 386	33 030 060	14 142 554	5 482 576
2050 (projections)	69961000	15 321 459	32 321 982		10 913 916

Calculez les fréquences pour les 4 années, puis les angles correspondants aux années 1910 et 2010 pour les diagrammes circulaires du dessous (sachant qu'ils sont proportionnels aux fréquences et que 360° représente 100% de la population).

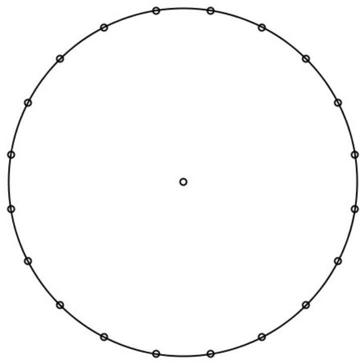
	Moins de 20 ans	20 ans à 59 ans	60 ans ou plus	total
fréquences 1910				100%
angles 1910				360°
fréquences 1950				
fréquences 2010				
angles 2010				
fréquences 2050				

…..................



Représenter les 3 catégories de la population pour les années étudiées 1910 et 2010, par une part de disque (chaque graduation sur le cercle correspond à 5% de la population, soit un angle de 18°).

…....................



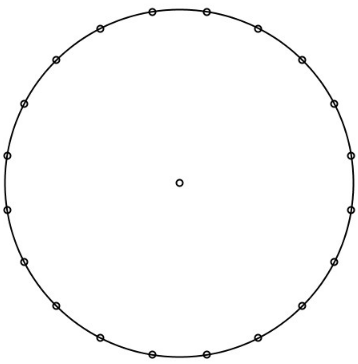
b) Part des femmes mariées

Voici une autre répartition fournie par l'INSEE à dégrouper pour avoir des catégories distinctes

mariage	à 20 ans	à 25 ans	à 30 ans	à 35 ans	à 40 ans	
1910	29%	62%	77%	80%	78%	
1950	29%	72%	80%	82%	81%	
2010	2%	18%	42%	54%	59%	

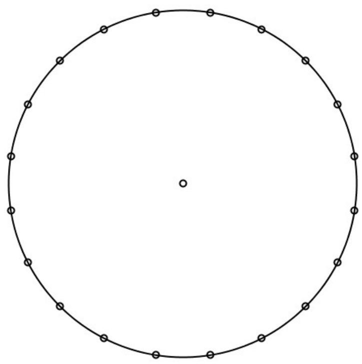
mariage	avant 20 ans	entre 20 ans et 25 ans	entre 25 ans et 30 ans	entre 30 ans et 35 ans	après 35 ans	total
fréquences 1910						100%
angles						360°
fréquences 1950						100%
fréquences 2010						100%
angles						360°

…..................



Représenter les différentes catégories de la population des femmes (attention, il y a aussi des femmes non mariées...) pour les années 1910 et 2010, par une part de disque (chaque graduation sur le cercle correspond à 5% de la population, soit un angle de 18°).

…....................



Suppléments sur les représentations étudiées (groupe de soutien)

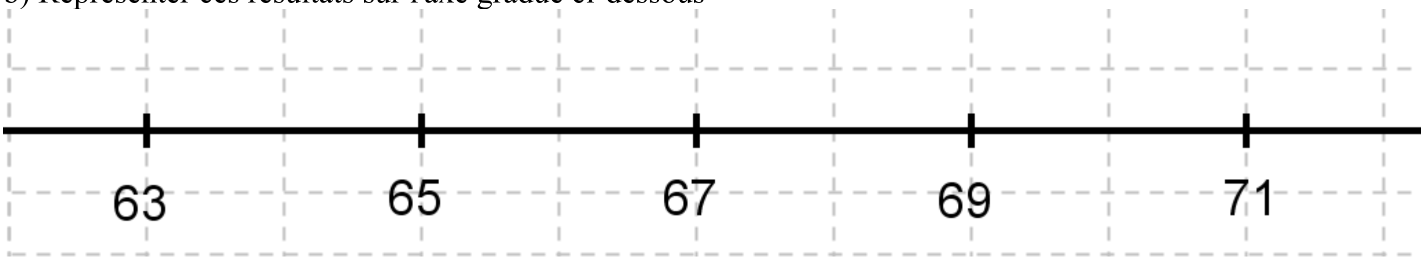
1) <u>Placer un point sur un axe gradué</u>

Voici les cinq meilleurs résultats de la finale « femme » du lancer de javelot aux jeux olympiques d'Athènes en 2004 (dans l'ordre alphabétique) :

Bisset : 63,54 m ; Brejchova : 64,23 m ; Manjani : 64,29 m ; Menendez : 71,53 m ; Nerius : 65,82 m

a) Classer les compétitrices dans l'ordre de leur résultat

b) Représenter ces résultats sur l'axe gradué ci-dessous

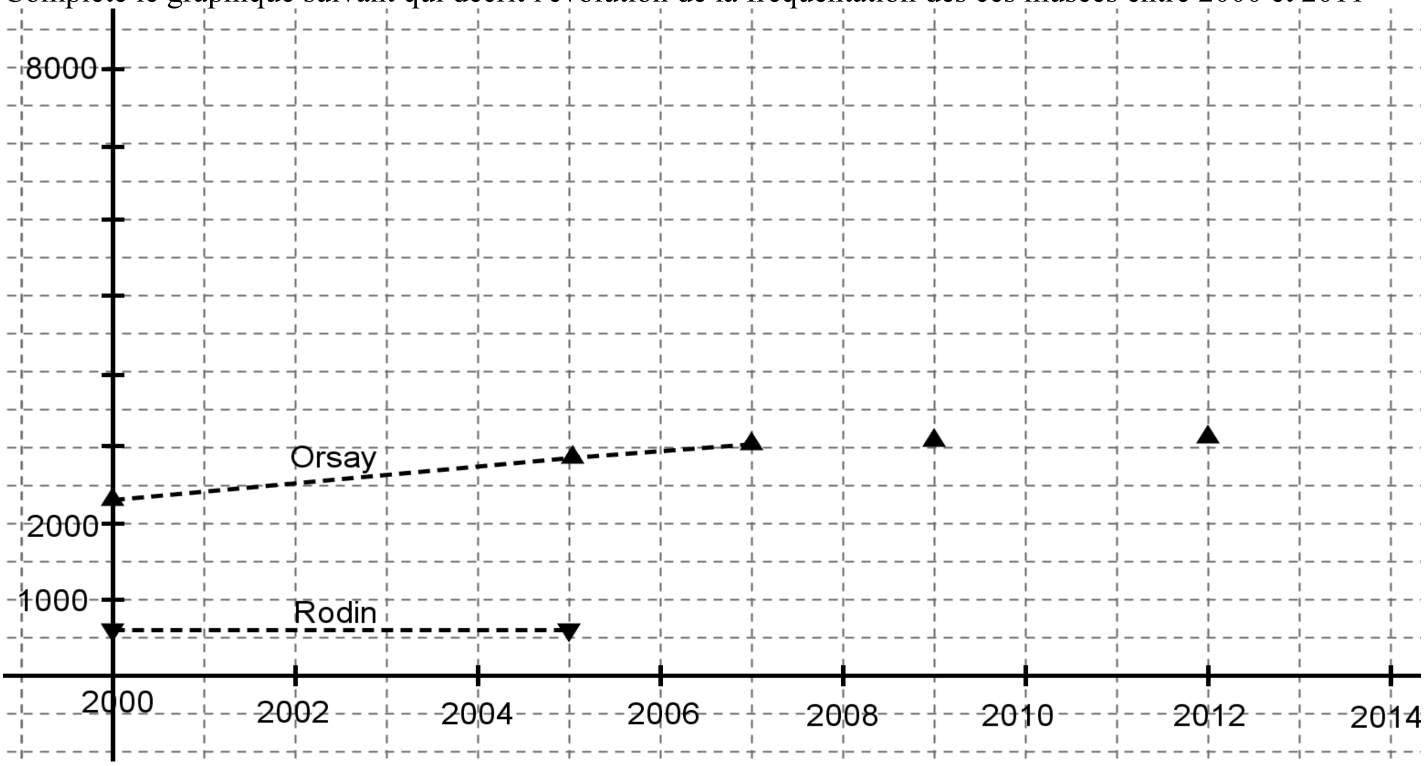


2) <u>Placer un point dans un repère</u>

a)Tracer d'un graphique représentant l'évolution. Voici la fréquentation de 4 musées d'Île de France :

	2000	2005	2007	2009	2011
le Louvre	6095	7511	8222	8388	8711
Versailles	2863	4480	5326	5660	6746
Orsay	2344	2929	3167	3022	3144
Rodin	608	603	700	696	735

Complète le graphique suivant qui décrit l'évolution de la fréquentation des ces musées entre 2000 et 2011



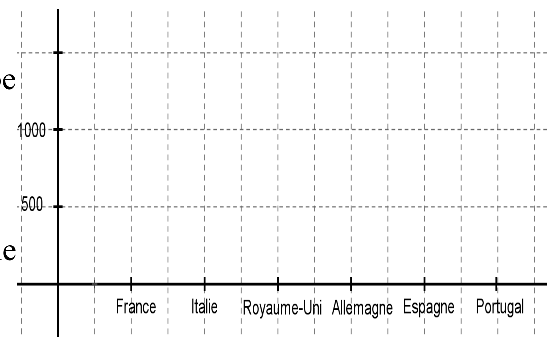
Qui, de ces musées à vu sa fréquentation progresser le plus ?

b) <u>Tracer d'un diagramme en bâtons</u>

Consommation de viande bovine en 2011 dans 6 pays d'Europe (Commission Européenne) en Tec (Tonnes équivalent carcasse) :

France	Italie	Royaume-Uni	Allemagne	Espagne	Portugal
1583	1299	1114	1037	379	165

Représenter ces chiffres par des segments verticaux dans le graphique ci-contre. Mettre un titre au graphique.



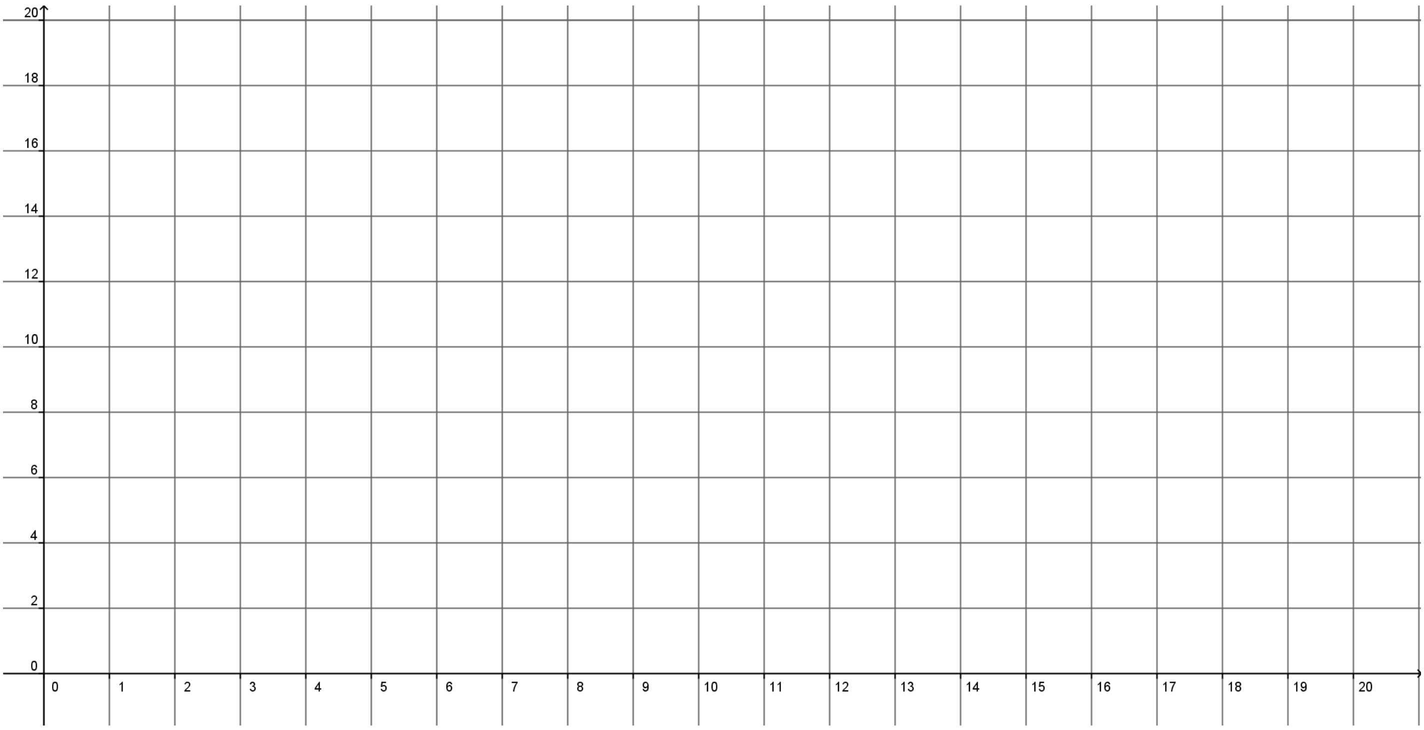
Activités de représentation des répartitions croisées : nuages de points

1] Nuage de points avec 2 variables : moyenne de l'année et moyenne à un examen

moyenne de l'année et note à l'examen pour un échantillon de 24 personnes .

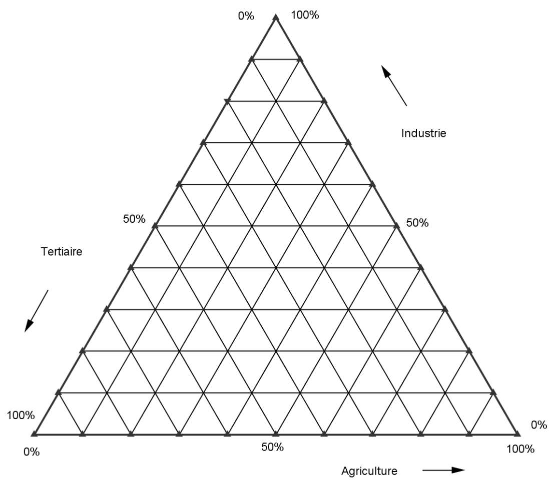
Note de l'année	8	9	7	15	12	12	10	8
Note à l'examen	7	9	4	17	13	15	9	13
Note de l'année	11	11	7	8	11	11	12	12
Note à l'examen	14	9	11	10	9	12	17	12
Note de l'année	7	9	9	5	9	5	10	4
Note à l'examen	8	15	12	7	14	12	11	7

Mettre les points correspondants à cette série dans le graphique ci-dessous
(horizontalement : les notes de l'année et verticalement : les notes à l'examen)



II] Nuage de points avec 3 variables : Répartition des secteurs d'activité selon les pays

Pays	Agriculture	Industrie	Tertiaire
Bhoutan	95%	1%	4%
Tanzanie	84%	5%	11%
Maroc	45%	25%	30%
Russie	15%	42%	43%
Brésil	23%	22%	55%
Japon	8%	34%	58%
États-Unis	3%	26%	71%

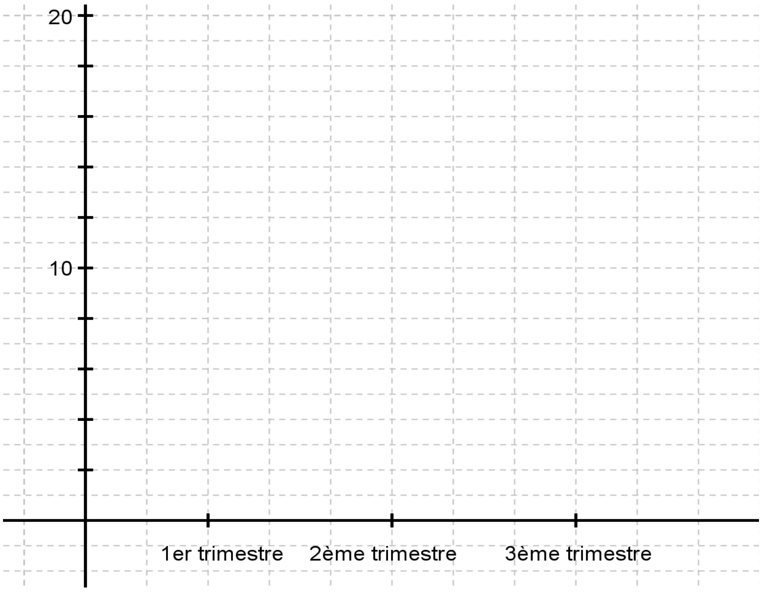


La représentation du nuage de points utilise ici un triangle équilatéral gradué sur ses 3 côtés pour placer les 3 variables caractérisant un pays. On distinguera ainsi facilement les pays sur cette représentation triangulaire.

<u>Une autre série de nombres</u> : voici les notes de mathématiques d'une classe de 34 élèves, pour les 3 trimestres (le nom de l'élève a été remplacé par un numéro de 1 à 34).

Moy1	Moy2	Moy3	Élève	Moy
8	**9**	**8**	*1*	
11	**10**	**11**	*2*	
14	**16**	**16**	*3*	
12	**11**	**11**	*4*	
13	**14**	**11**	*5*	
16	**16**	**13**	*6*	
16	**16**	**16**	*7*	
12	**14**	**12**	*8*	
16	**15**	**12**	*9*	
11	**9**	**6**	*10*	
10	**9**	**10**	*11*	
8	**5**	**5**	*12*	
13	**13**	**13**	*13*	
7	**6**	**5**	*14*	
15	**16**	**15**	*15*	
2	**6**	**4**	*16*	
14	**15**	**13**	*17*	
7	**9**	**6**	*18*	
9	**12**	**12**	*19*	
17	**19**	**19**	*20*	
14	**15**	**13**	*21*	
17	**18**	**18**	*22*	
12	**14**	**11**	*23*	
11	**13**	**12**	*24*	
10	**8**	**7**	*25*	
11	**14**	**12**	*26*	
12	**14**	**10**	*27*	
14	**16**	**14**	*28*	
14	**16**	**16**	*29*	
16	**17**	**18**	*30*	
13	**13**	**12**	*31*	
17	**18**	**18**	*32*	
14	**15**	**15**	*33*	
11	**11**	**10**	*34*	

a) Utiliser le graphique ci-dessous pour représenter l'évolution des moyennes de quatre élèves choisis de la classe (mettre son numéro et tracer les deux segments joignant ses moyennes) : un élève faible en progrès, un élève moyen en baisse, un élève fort régulier, un élève fort en progrès



> Faites un commentaire sur ces élèves :

…..

…..

…..

…..

…..

…..

…..

…..

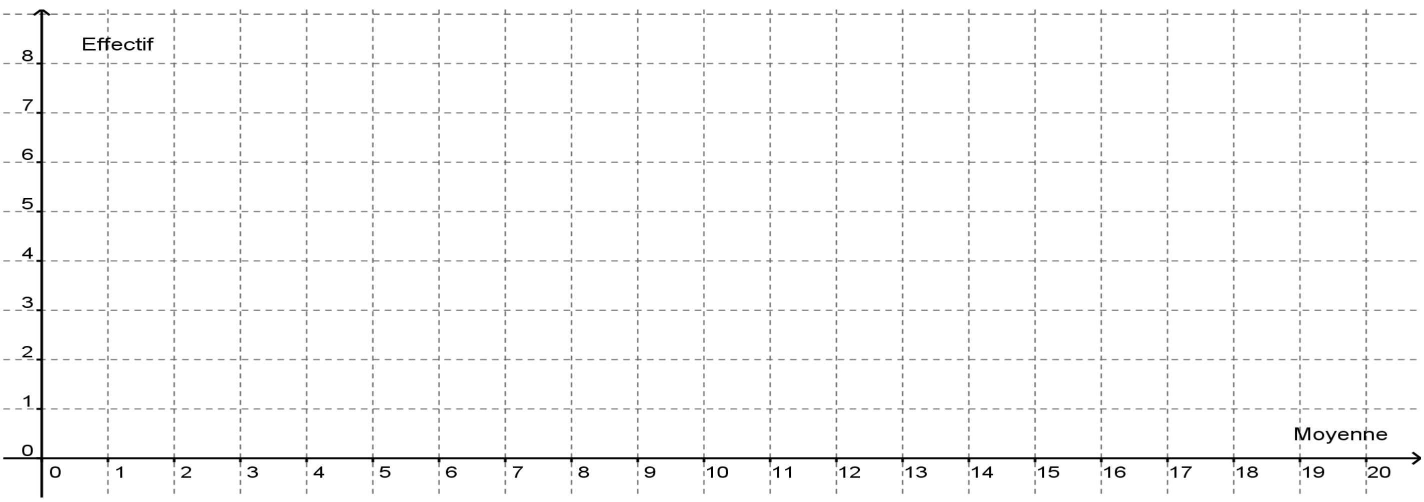
b) On veut représenter cette série d'une façon plus classique, en calculant les moyennes annuelles (colonne de droite) et en regroupant les élèves par moyenne annuelle (arrondir à l'entier le plus proche).

> Calculer les moyennes annuelles, élève par élève

> Compléter le tableau ci-dessous donnant le nombre d'élèves ayant la même moyenne annuelle

Moyenne	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Effectif																	
Pourcentage																	

> Représenter graphiquement ces couples de nombres (Moyenne;Effectif) par des rectangles.



Répartitions croisées

1] Tableau de répartition croisée (tableau à double entrée)

Voici un tableau donnant la répartition des 3 classes de $6^{ème}$ d'un collège en fonction de l'âge :

	10 ans	11 ans	12 ans	13 ans	Total
$6^{ème}1$	5	15	5	1	
$6^{ème}2$	9	12	5	0	
$6^{ème}3$	9	13	2	0	
Total					

a) Compléter ce tableau avec les totaux par ligne (par classe) et par colonne (par âge).

b) Calculer les fréquences (pourcentages) par ligne, puis par colonne et enfin par case.

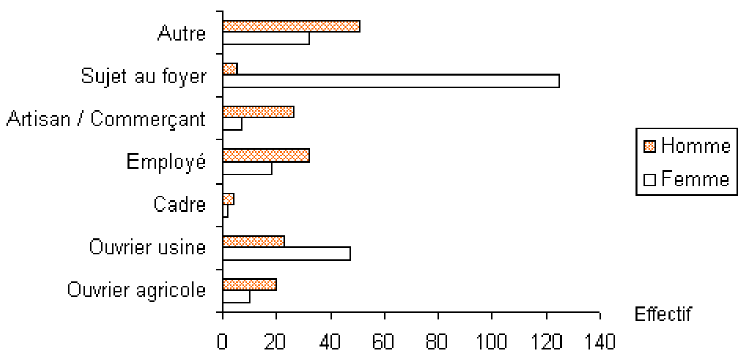
Par ligne	10 ans	11 ans	12 ans	13 ans	Total
$6^{ème}1$					100%
$6^{ème}2$					100%
$6^{ème}3$					100%

Par colonne	10 ans	11 ans	12 ans	13 ans
$6^{ème}1$				
$6^{ème}2$				
$6^{ème}3$				
Total	100%	100%	100%	100%

Par case	10 ans	11 ans	12 ans	13 ans	Total
$6^{ème}1$					
$6^{ème}2$					
$6^{ème}3$					
Total					100%

2] Graphique présentant une répartition croisée

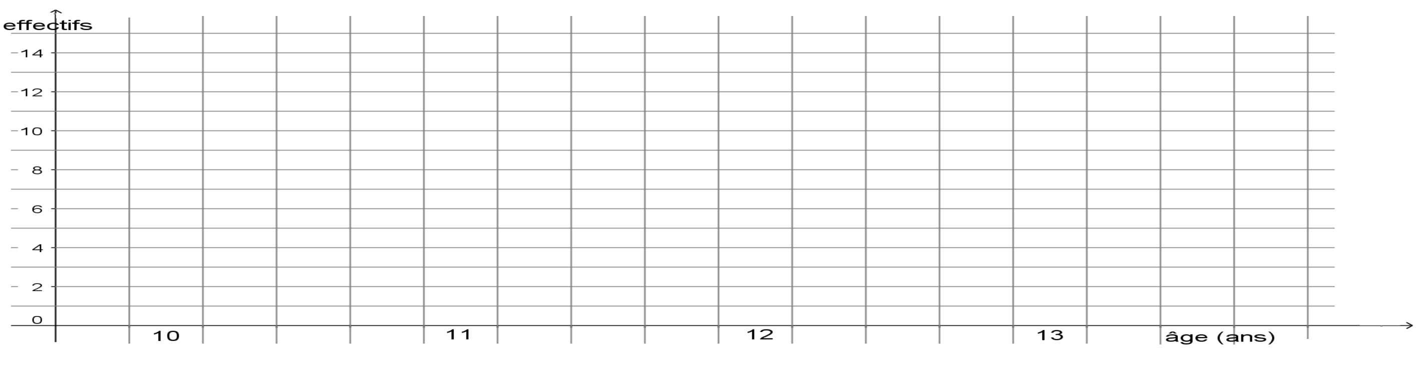
Voici, à droite, un graphique donnant la répartition croisée des 402 sujets âgés de plus de 18 ans ayant participé à l'enquête « hypertension artérielle » du 19 au 21 avril 1999 à l'Île Maurice selon leur sexe et leur profession.



a) Lire les effectifs et les reporter dans le tableau ci-dessous.

b) En s'inspirant du graphique, représenter les trois classes de l'exercice 1.

Profession	Ouvrier ag.	Ouvrier us.	Cadre	Employé	Artisan/Co.	Sujet au f.	Autre	Total
Homme								
Femme								
Total								



Évolution d'une répartition

1] Le tableau à double entrée

Voici un tableau donnant la répartition des exploitations agricoles selon leur surface entre 1979 et 2010.

(les effectifs sont donnés en milliers d'exploitations)

Effectifs	1979	1988	2000	2010
Moins de 20 *ha*	767	557		211
De 20 *ha* à moins de 50 *ha*	347	288	138	
De 50 *ha* à moins de 100 *ha*	114		122	97
De 100 *ha* à moins de 200 *ha*	29	37	64	73
200 *ha* et plus	5	7	14	21
total		1017	664	490

a) Compléter les 4 cases vides du tableau.

b) Au vu de ces valeurs, faire un premier commentaire sur l'évolution de cette répartition :

…..

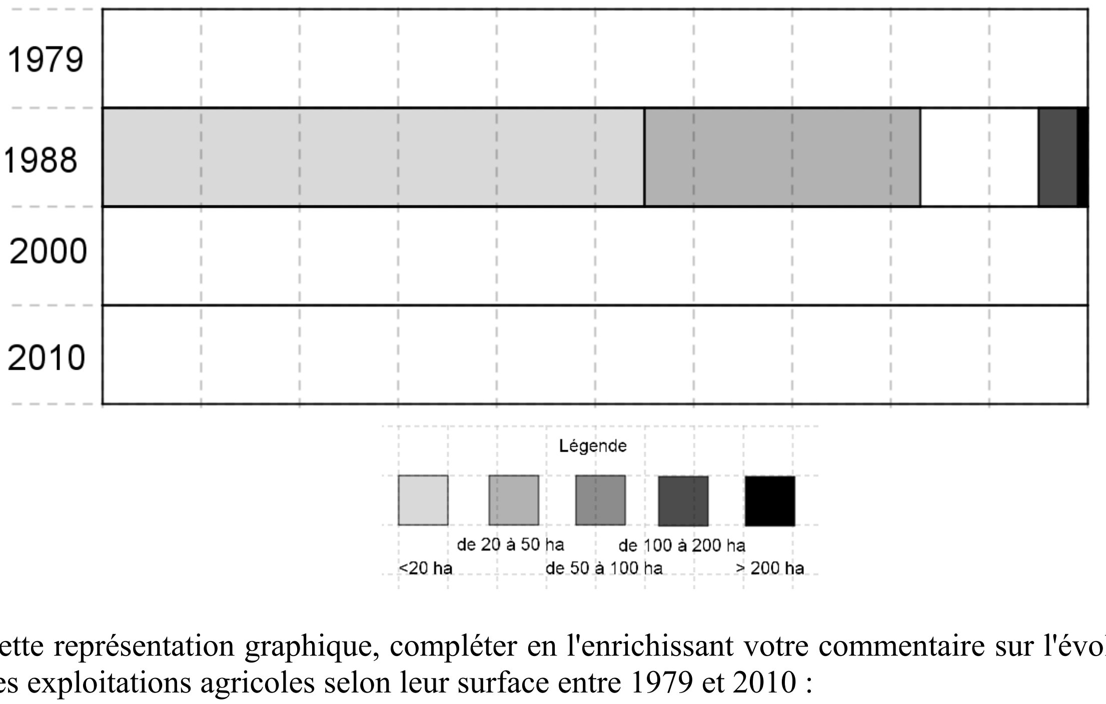
…..

2] Traitement des données et représentations graphiques

a) Exprimer les répartitions des exploitations sur ces 4 années en pourcentages.

Fréquences	1979	1988	2000	2010
Moins de 20 *ha*		55%		
De 20 *ha* à moins de 50 *ha*		28%		
De 50 *ha* à moins de 100 *ha*				
De 100 *ha* à moins de 200 *ha*		4%		
200 *ha* et plus		1%		
total	100%	100%	100%	100%

Nous allons maintenant représenter les 4 répartitions en pourcentages par des rectangles identiques :



À l'aide de cette représentation graphique, compléter en l'enrichissant votre commentaire sur l'évolution de la répartition des exploitations agricoles selon leur surface entre 1979 et 2010 :

…..

…..

…..

b) En réalité, on doit répartir les exploitations selon les surfaces agricoles qu'elles occupent.
Pour cela on va d'abord calculer les *surfaces totales* de chaque catégorie (en milliers d'*ha*).
La colonne taille moyenne d'une exploitation permet d'effectuer ce calcul
Comment a t-on estimé les tailles moyennes ici? …..
Compléter le tableau en multipliant la taille moyenne des exploitations par leur effectif.

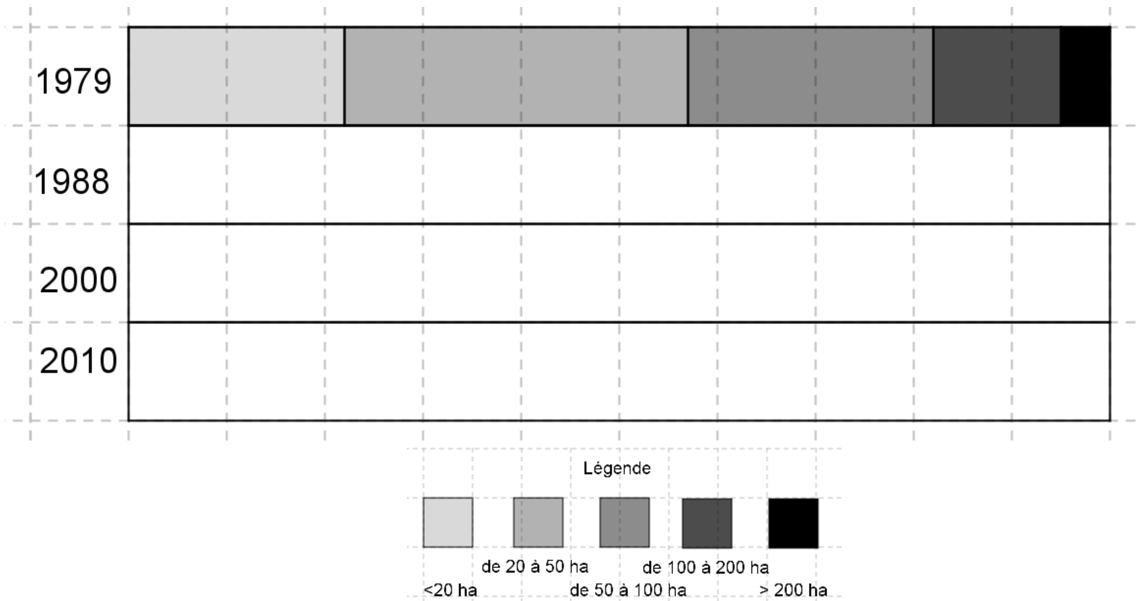
Surfaces	Taille moyenne	1979	1988	2000	2010
Moins de 20 *ha*	10 *ha*	7 670			
De 20 *ha* à moins de 50 *ha*	35 *ha*	12 145			
De 50 *ha* à moins de 100 *ha*	75 *ha*	8 550			
De 100 *ha* à moins de 200 *ha*	150 *ha*	4 350			
200 *ha* et plus	300 *ha*	1 500			
total	-	34 215			

Une remarque : …...

On va ensuite déterminer, pour chaque catégorie, le pourcentage de la surface totale qu'elle occupe.
Le principe est toujours le même pour calculer les pourcentages et les arrondir à l'entier (nous avons indiqué 100% dans la ligne des totaux car c'est ce que l'on devrait trouver si on ne faisait pas d'arrondi, mais on trouvera parfois 99 ou 101% avec les arrondis...)

Pourcentages de la surface totale	1979	1988	2000	2010
Moins de 20 *ha*	22%			
De 20 *ha* à moins de 50 *ha*	35%			
De 50 *ha* à moins de 100 *ha*	25%			
De 100 *ha* à moins de 200 *ha*	13%			
200 *ha* et plus	4%			
total	100%	100%	100%	100%

Nous allons maintenant représenter les 4 répartitions en pourcentages de la surface totale par des rectangles identiques, comme ce que nous avions fait pour les fréquences :



À l'aide de cette nouvelle représentation graphique, compléter en l'enrichissant votre commentaire sur l'évolution de la répartition des exploitations agricoles selon leur surface entre 1979 et 2010 :
…...
…...
…...

La taille des exploitations agricoles a t-elle augmenté en moyenne selon vous entre 1979 et 2010 ?
Si oui, de combien ? …...

Tableaux de proportionnalité

Deux grandeurs sont *proportionnelles* lorsque les valeurs de la 2^{de} s'obtiennent en multipliant les valeurs de la $1^{ère}$ par un même nombre *k*. Pour obtenir les valeurs de la $1^{ère}$ à partir de celles de la 2^{de} on divise alors par *k*. Dans la pratique, il suffit de déterminer les rapports des grandeurs se correspondant : si ces rapports sont égaux la situation est une situation de proportionnalité, sinon ce n'en est pas une (il suffit d'une différence).

1] <u>Reconnaître une situation de proportionnalité</u>

a) À la braderie, les DVDs sont affichés aux prix suivants

Nombre de DVDs	1	2	5	10
Prix en euros	10	15	25	40
Rapports Prix/Nombre				

Calculer les rapports Prix/Nombre ($3^{ème}$ ligne du tableau).
Le prix est-il proportionnel au nombre de DVDs ? ……………………………………………………………………………

b) Ramon a pesé ses trois jeunes Golden Retriver : Byron, Djune et Fashion (les poids sont en *kg*).

Âge en semaines	10	14	18	22	25	30
Byron	8	12	16	20	23	28
Djune	7	12	17	22	26	30
Fashion	6	15	21	28	32	38

Calculer les rapports Âge/Poids pour les trois chiens (Écrire ces rapports dans la même case que le poids).
Le poids d'un de ces chiens est-il proportionnel à son âge ? ……………………………………………………………………

c) Parti d'Abu Dabi (EAU) le 9 mars 2015, *Solar Impulse* s'apprête à conclure ce premier tour du monde de 35 000 kilomètres en avion photovoltaïque. Les distances parcourues et les temps de vol sont donnés dans le tableau ci-dessous depuis le départ jusqu'à Lehigh valley (USA) le 13 mai 2016 (les escales ont été à Mascate (Oman), Ahmedabad puis Varanasi (Inde), Mandalay (Birmanie), Chongqing puis Nankin (Chine), Nagoya (Japon), Honolulu puis San Francisco, Phoenix, Tulsa et Dayton (USA) ; la prochaine escale étant à destination de NewYork).

Distances (*km*)	733	1434	1170	1536	1450	1241	2852	7212	4707	1113	1570	1113	1044
Temps de vol (*h*)	13,01	15,33	13,25	13,48	20,48	17,35	44,05	117,9	62,49	15,91	18,17	16,54	16,78
Vitesse moy. (*km/h*)													

Calculer les vitesses moyennes pour chacune des escales de Solar Impulse.
Le temps de vol est-il proportionnel à la distance parcourue ?
………

d) On a mesuré très précisément la période d'oscillation T d'un pendule en fonction de sa longueur ℓ. L'objectif est de vérifier une loi énoncée par Galilée (en 1638) :
le carré de la période est proportionnel à la longueur du pendule.

Période T (*s*)	0,897	1,085	1,246	1,402	1,541	1,631	1,748	1,818	1,862	1,929	2,046
ℓ=Longueur (*m*)	0,200	0,295	0,390	0,490	0,585	0,665	0,758	0,825	0,865	0,925	1,045
$T^2=T\times T$ (s^2)											
Rapports											

Calculer les carrés de la période puis les rapports des deux grandeurs ℓ et T^2.
Le carré de la période est-il proportionnel à la longueur du pendule ? ……………………………………………………
NB : cette loi de la physique implique que la période des oscillations ne dépend pas de la masse du pendule, ce qui ne sonne pas forcément comme une évidence.

Les grandeurs 1 et 2 sont *proportionnelles* si les points de coordonnées (grandeur 1 ; grandeur 2) sont alignés sur une droite qui passe par l'origine du repère (le point de coordonnées (0;0)).

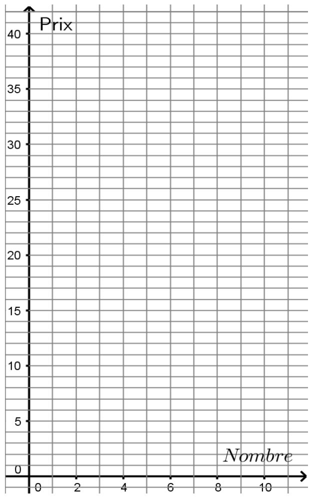
2] <u>Reconnaître graphiquement une situation de proportionnalité</u>

a) À la braderie, les DVDs sont affichés aux prix suivants

Nombre de DVDs	1	2	5	10
Prix en euros	10	15	25	40

Placer les points de coordonnées (Nombre ; Prix)

Conclure...

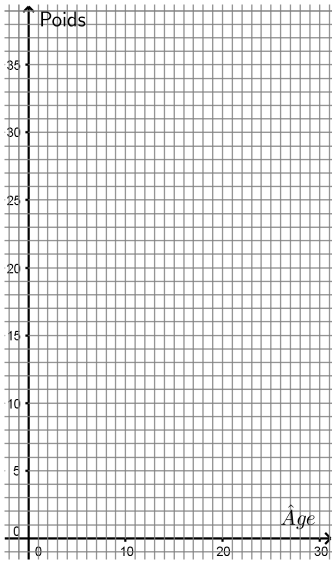


b) Les poids des jeunes *Golden Retriver* sont rappelés

Âge en semaines	10	14	18	22	25	30
Byron	8	12	16	20	23	28
Djune	7	12	17	22	26	30
Fashion	6	15	21	28	32	38

Placer les points de coordonnées (Âge ; Poids)

Conclure...

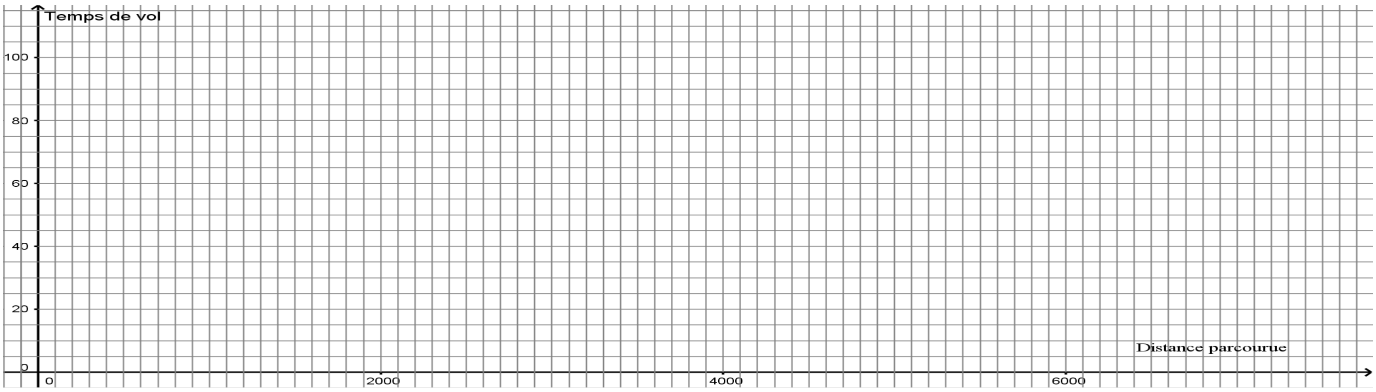


c) Les distances et durées des vols du *Solar Impulse* sont rappelés

Distances (*km*)	733	1434	1170	1536	1450	1241	2852	7212	4707	1113	1570	1113	1044
Temps de vol (*h*)	13,01	15,33	13,25	13,48	20,48	17,35	44,05	117,9	62,49	15,91	18,17	16,54	16,78

Placer les points de coordonnées (Distances ; Temps)

Conclure...

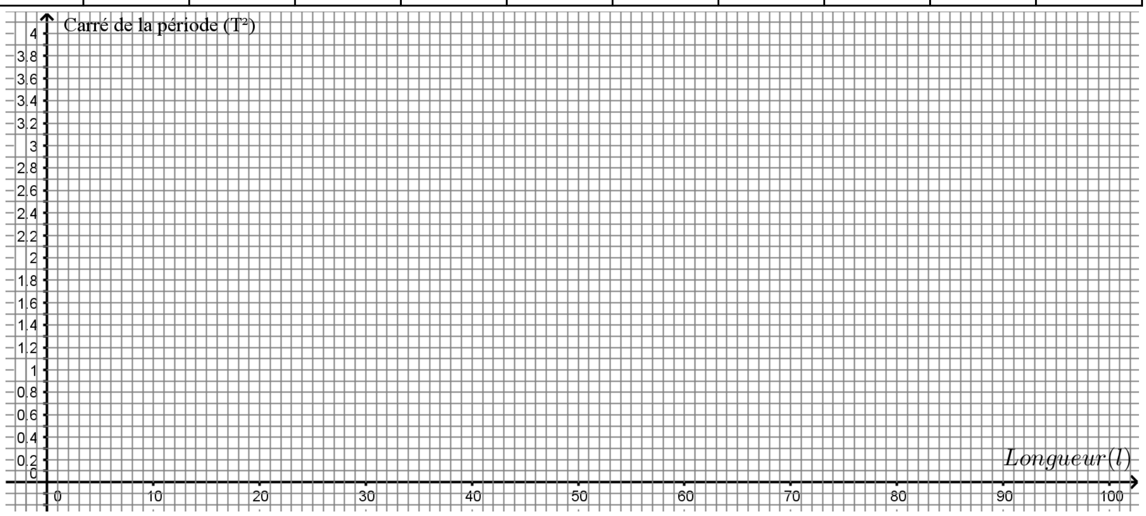


d) Les carrés des périodes d'oscillation T d'un pendule sont donnés avec la longueur ℓ.

$T^2=T\times T$ (s^2)	0,805	1,177	1,553	1,966	2,375	2,660	3,056	3,305	3,467	3,721	4,186
ℓ=Longueur (m)	0,200	0,295	0,390	0,490	0,585	0,665	0,758	0,825	0,865	0,925	1,045

Placer les points de coordonnées (Longueur ; T^2)

Conclure................
....
....
....
....
....



Utilisation de la proportionnalité

Si deux grandeurs sont proportionnelles, on peut déterminer une des deux grandeurs connaissant l'autre ainsi qu'un autre couple de valeurs. L'opération qui résume cela est le « produit en croix ». Dans cette situation,

On a : G1 = G2×G'1÷G'2

Ou encore : G2 = G1×G'2÷G'1

G1	G'1
G2	G'2

Ou encore : G'1 = G1×G'2÷G2

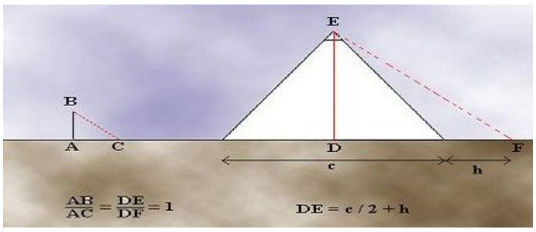
Ou encore : G'2 = G2×G'1÷G1

a) On sait que le carré de la période T d'oscillation d'un pendule est proportionnel à la longueur ℓ du pendule. Martin a mesuré la période d'un pendule de 104,5 *cm* de longueur. Il a trouvé 2,05 *s*. Il se demande quelle doit être la longueur ℓ d'un pendule dont la période d'oscillation serait de 10 *s*. Aidez-le !

b) En géométrie : on sait que la longueur d'un cercle est proportionnelle a son rayon (le coefficient de proportionnalité longueur/rayon vaut …......). On sait aussi que l'aire d'un disque est proportionnelle au carré de son rayon (le coefficient de proportionnalité aire/(rayon×rayon) vaut …......). Vous apprendrez bientôt que le volume d'une boule est proportionnelle au cube de son rayon (rayon^3=rayon×rayon×rayon). Pour l'instant, ne sachant pas le coefficient de proportionnalité, on en est réduit à faire des expériences.
Santosh a mesuré le volume d'une boule de diamètre 12 *cm*. Il a trouvé 905 *cm*^{3}.
Combien vaut approximativement le coefficient de proportionnalité volume/(rayon×rayon×rayon) ? …...........
Aidez-le à en déduire le volume d'une boule de rayon 6400 *km* (il s'agit de la Terre) !

c) Alice a battu le record de la traversée de l'Atlantique en parcourant 4800 *km* en 10 jours et 12*h*.
Quelle a été sa vitesse en *km/h* ?....................
Sachant que 20 nœuds correspondent à 37*km/h*, quelle a été sa vitesse en nœuds ?

d) Thalès de Milet vivait au VI^{ème} siècle avant J-C, sur les bords de la mer Égée, en Grèce. L'histoire raconte que le Pharaon Amasis aurait dit que personne n'était en mesure de donner la hauteur de la grande pyramide du plateau de Guizeh … Thalès releva le défi !



Après quelques jours de voyage sur le Nil, Thalès aperçut, dressée au milieu du plateau, la pyramide. Les dimensions du monument âgé alors de 2000 ans, dépassaient de loin tout ce qu'il avait imaginé. Comment allait-il s'y prendre pour déterminer la hauteur de cette pyramide ? Il regarda son ombre et eut alors cette idée : « *Le rapport que j'entretiens avec mon ombre est le même que celui que la pyramide entretient avec la sienne.* » Il en déduisit ceci : « *à l'instant où mon ombre sera égale à ma taille, l'ombre de la pyramide sera égale à sa hauteur*. » Sachant qu'au moment où cet événement se produit, la longueur *h* (voir schéma) est mesurée à 60 coudées et que la largeur de la pyramide vaut *c*=440 coudées. Déterminer la hauteur de la pyramide en coudées. Cinq coudées Égyptiennes mesurant 2,62 *m* combien de mètres mesure la hauteur et le côté de la grande pyramide ?

e) Une image mesure : largeur = 375 pixels ; hauteur = 234 pixels. Cette image, en 16 millions de couleurs, a un poids avant compression de 87Ko. On la réduit de manière à avoir une hauteur de 78 pixels. Quelle sera sa largeur ? Quel sera son poids (en Ko) ?

Pourcentage d'une quantité

1] Baccalauréat

a) Un Lycée a présenté 320 élèves au Bac. On sait que 80% des élèves de ce Lycée ont réussi.
Combien d'élèves de ce Lycée ont réussi?

b) Le pourcentage de réussite à un examen est de 72%. 1450 candidats se sont présentés à cet examen. Combien de candidats ont échoué à cet examen ?

2] Élection

a) Lors de l'élection des délégués des élèves, dans une classe de 32 élèves, Boris a recueilli 18 voix. Quel pourcentage des voix a t-il recueilli ?

b) Zoé aussi est devenue déléguée de sa classe en recueillant 60% des voix. Sachant que dans la classe de Zoé il y a 30 élèves, combien d'élèves ont voté pour Zoé ?

Qui, entre Boris et Zoé, a reçu le plus de voix ?

c) Est-il possible que dans une autre classe, John recueille le même nombre de voix que Boris tout en recevant 75% des voix de sa classe ?

Quel serait alors le nombre d'élèves dans la classe de John ?

3] Commission

Un représentant de commerce gagne, en plus de son salaire fixe, une commission qui dépend du montant des ventes selon le principe suivant :

- Tranche 1 : 2% du montant des ventes jusqu'à 15 000 €
- Tranche 2 : 3% du montant des ventes compris entre 15 000 € et 20 000 €
- Tranche 3 : 5% du montant des ventes supérieur à 20 000 €

Le calcul de la commission ajoute donc les commissions partielles calculées dans chaque tranche.
a) En janvier, ce représentant a réalisé 12 000 € de vente. Le montant de la commission est calculé dans la $1^{ère}$ tranche seulement. Quel est le montant de la commission en janvier ?

b) En février, ce représentant a réalisé 19 000 € de vente. Le montant de la commission est la somme de deux commission partielle : C_1 calculée dans la $1^{ère}$ tranche (pour les premiers 15 000 €) et C_2 calculée dans la $2^{ère}$ tranche (pour le restant des ventes, soit 4 000 €). Quel est le montant C_1+C_2 de la commission en février ?

c) En mars, ce représentant a réalisé 24 000 € de vente. Quel est le montant de la commission en mars ?

4] ISF

L'Impôt Sur la Fortune est à payer par les personnes dont le patrimoine (ensemble des propriétés et du capital) excède 770 000 € (en 2008), selon le barème suivant :

- 0,55% du patrimoine compris entre 770 000 € et 1 240 000 €
- 0,75% du patrimoine compris entre 1 240 000 € et 2 450 000 €
- 1% du patrimoine compris entre 2 450 000 € et 3 850 000 €
- 1,3% du patrimoine compris entre 3 850 000 € et 7 360 000 €
- 1,65% du patrimoine compris entre 7 360 000 € et 16 020 000 €
- 1,8% du patrimoine supérieur à 16 020 000 €

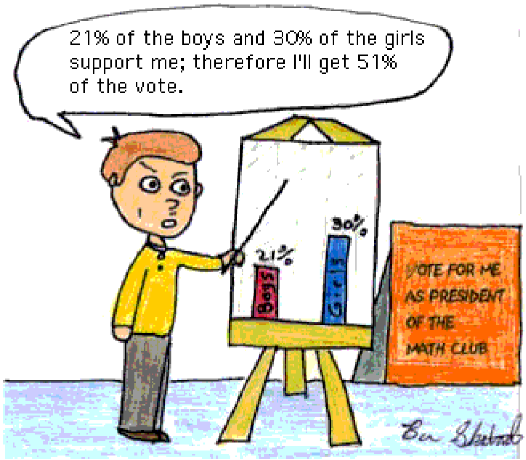
a) Calculer ISF_A : l'ISF d'une personne A dont le patrimoine s'élève à 2 000 000 €.

b) Calculer ISF_B : l'ISF d'une personne B dont le patrimoine est le double (4 000 000 €).
l'ISF_B est-elle égale au double de l'ISF_A ?

Un dernier DM pour les vacances : paradoxe ou manipulation ?

Un paradoxe est une pensée, un fait contraire à l'opinion commune.
Une manipulation est une manœuvre destinée à tromper (tous les enfants connaissent cela).

1) Pourcentages électoraux



Supposons, comme le dit la bulle ci-contre, qu'à l'élection du délégué de classe, Pedro obtienne 21% des voix des garçons et 30% de celles des filles. Quel est le pourcentage total des voix de la classe ? Est-ce 51% comme le dit le texte ? Avant de répondre à cette question, élaborons notre réflexion :

a) Supposons qu'il y a 30 élèves dans la classe, 10 garçons et 20 filles. Calculer le nombre d'élèves ayant voté pour Pedro.

Quel pourcentage des élèves cela fait-il ?

b) Supposons qu'il y a 20 garçons et 10 filles dans la classe.
Calculer le nombre d'élèves ayant voté pour Pedro.

Quel pourcentage des élèves cela fait-il ?

Que pouvez-vous conclure sur l'affirmation de Pedro ? ……………………………………………………………
Pourquoi dit-il cela d'après vous ? ……………………………………………………………………………
Est-ce un paradoxe ou une manipulation ? ……………………………………………………………………

2) Les faux diagnostics

Un nouveau virus vient d'apparaître. « *Rassurez-vous !* dit le patron d'un laboratoire, *ce virus n'est mortel que dans un cas sur 10 000, et nous avons d'ores et déjà mis au point un test de dépistage disponible dans toutes les pharmacies ! Ce test est une vraie réussite, il est fiable à 99%* ! ».

La fiabilité du test signifie que si on est porteur du virus, le test sera positif dans 99% des cas, et négatif dans le 1% restant (faux négatif) ; par contre, dans le cas où on n'est pas malade, une fois sur cent le test dira aussi qu'on est porteur du virus alors que c'est faux (faux positif).

La question que l'on peut se poser avec un telle annonce est la suivante : lorsqu'on est diagnostiqué positif, quelle est la chance d'être en bonne santé (non porteur du virus) ?

Pour répondre à cette question, élaborons notre réflexion :

a) Supposons que un million de personnes font le test.

Combien de personnes sont réellement en danger de mort ?

b) Parmi ces personnes malades, combien seront correctement diagnostiquées ?

combien seront incorrectement diagnostiquées (faux négatif) ?

c) Parmi les personnes saines (non porteuses du virus), combien seront correctement diagnostiquées ?

combien seront incorrectement diagnostiquées (faux positif) ?

d) Faisons le bilan :

Sur 1 000 000 personnes, quel est le nombre de personnes diagnostiquées positives ?

quel est le nombre de personnes faussement diagnostiquées positives ?

Concluons : Quel est finalement, le pourcentage des personnes faussement diagnostiquées positives parmi les personnes diagnostiquées positives ?

Que pouvez-vous conclure sur l'affirmation du laboratoire ? ……………………………………………………
Pourquoi dit-il cela d'après vous ? ……………………………………………………………………………
Est-ce un paradoxe ou une manipulation ? ……………………………………………………………………

3) <u>Augmentation et diminution réciproques</u>
a) L'étude théorique
Quel est le résultat d'une hausse de 10% suivie d'une baisse de 10% ?
Quel est le résultat d'une baisse de 10% suivie d'une hausse de 10% ?
Est-ce le même résultat dans les deux cas ?
Pas si sûr...
Calculez ce qui se passerait, dans les deux cas, en prenant l'exemple d'un article qui coûte 100 € :
1er cas (+10% suivi de -10%) : étape 1…............................... puis étape 2 …...
Conclusion : …........................…...
2ème cas (-10% suivi de +10%) : étape 1…............................... puis étape 2 …...
Conclusion : …........................…...
Conclusion générale : …..…...
b) La situation
Dans une station balnéaire, la pratique courante est la suivante : « pendant la saison touristique, on augmente les prix de 10% (à cause des frais occasionnés par les embauches) et après la saison on les baisse de 10% pour revenir à la normale »
Que pouvez-vous dire de cette pratique ? …...
Pourquoi fait-on cela d'après vous ? …........................…...
Est-ce un paradoxe ou une manipulation ? ....…..

4) <u>L'activité la plus dangereuse</u>
a) Une affirmation lue dans un article de journal « selon une récente étude de l'Institut de Statistiques National, 60% des décès surviennent pendant le sommeil. Il est donc conseillé de dormir le moins possible pour rester en vie plus longtemps. »
Que pensez-vous de cette affirmation ? …................…...
Est-ce un paradoxe ou une manipulation ? ....…..

b) Un peu plus loin, dans le même article, on peut lire que « les accidents de la route se produisent dans 90% des cas à côté du domicile des conducteurs, et dans plus de la moitié des cas, le long du trajet le plus familier (domicile-école des enfants ou domicile-lieu de travail) »
Que pensez-vous de cette affirmation ? …................…...
Est-ce un paradoxe ou une manipulation ? ....…..

c) Pour compléter cette étude, voici le dernier extrait de cet article se rapportant à notre sujet : « Un tiers des accidents de la route sont dus à l'alcool donc il vaut mieux boire quand on prend le volant, car dans deux accidents sur trois les conducteurs n'ont pas bu. »
Que pensez-vous de cette affirmation ? …................…...
Est-ce un paradoxe ou une manipulation ? ....…..

5) <u>Le paradoxe du vitrier</u>
L'économiste français Basquiat (1801- 1850) raconte, dans *ce qu'on voit et ce qu'on ne voit pas*, l'histoire du fils de « Jacques Bonhomme » qui casse un carreau de vitre et de la réaction des passants : « À quelque chose malheur est bon. De tels accidents font aller l'industrie. Il faut que tout le monde vive. Que deviendraient les vitriers, si l'on ne cassait jamais de vitre? ». C'est selon l'auteur « ce qu'on voit ». II est vrai écrit-il que grâce à cet accident, le vitrier va travailler, le fabricant de verre et de vitre va écouler sa production, les ouvriers de l'un et l'autre vont pouvoir profiter des effets et consommer à leur tour. Donc, le dommage causé, le bris de vitre, toute destruction se traduit par une relance de la dépense.
Dans la réalité, c'est un paradoxe car « Si la vitre n'avait pas été brisée, on aurait pu consacrer l'argent pour la remplacer à l'achat d'outils, de vêtements ou de chaussures. Ainsi non seulement on aurait eu une vitre… mais aussi un outil, un vêtement etc.… ! ». On n'aurait investi tout autant et peut-être mieux...
En vous aidant de cette réflexion, Faites-vous partie de ceux qui pensent que les embouteillages soient une bonne chose pour l'économie nationale (ils font dépenser de l'essence) ? …..
…..
Pensez-vous que jeter des papiers par terre permet de donner du travail à quelqu'un (qui va devoir nettoyer) ?
…..
Pensez-vous que la guerre peut être une solution pour sortir de la crise (en relançant notamment l'industrie) ?
…..