

Joindre *une copie* à votre nom, prénom et classe. Barème : 5 pts par question

### 1. Programme de construction

Sur la copie, tracer un segment  $[AB]$  de longueur  $AB=4\text{ cm}$ , puis réaliser les constructions 1 à 4 :

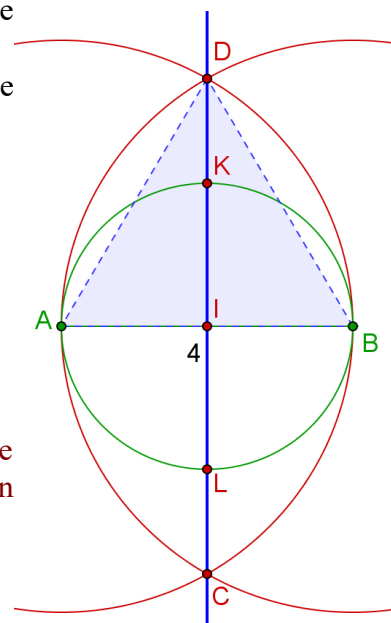
1. Tracer le cercle  $\mathcal{C}_1$  de centre  $A$  passant par  $B$ , puis le cercle  $\mathcal{C}_2$  de centre  $B$  passant par  $A$ .

Ils sont tracés en rouge.

2. Les deux cercles se coupent en  $C$  et  $D$ . Placer  $C$  et  $D$ , puis tracer la droite  $(CD)$ . Elle est tracée en bleu.

3. La droite  $(CD)$  coupe  $[AB]$  en  $I$ . Placer  $I$  puis tracer le cercle  $\mathcal{C}_3$  de diamètre  $[AB]$ . Il est tracé en vert.

4. Le cercle  $\mathcal{C}_3$  recoupe  $[CD]$  en  $K$  et  $L$  avec  $K \in [ID)$ . Placer  $K$  et  $L$ .



b) Répondre aux questions *sur les pointillés*

Que représente  $I$  pour  $[AB]$  ?  $I$  est le milieu de  $[AB]$ .

Que représente  $[KL]$  pour  $\mathcal{C}_3$  ?  $[KL]$  est un diamètre de  $\mathcal{C}_3$ .

Que représente  $(DC)$  pour  $[AB]$  ?  $(DC)$  est la médiatrice de  $[AB]$

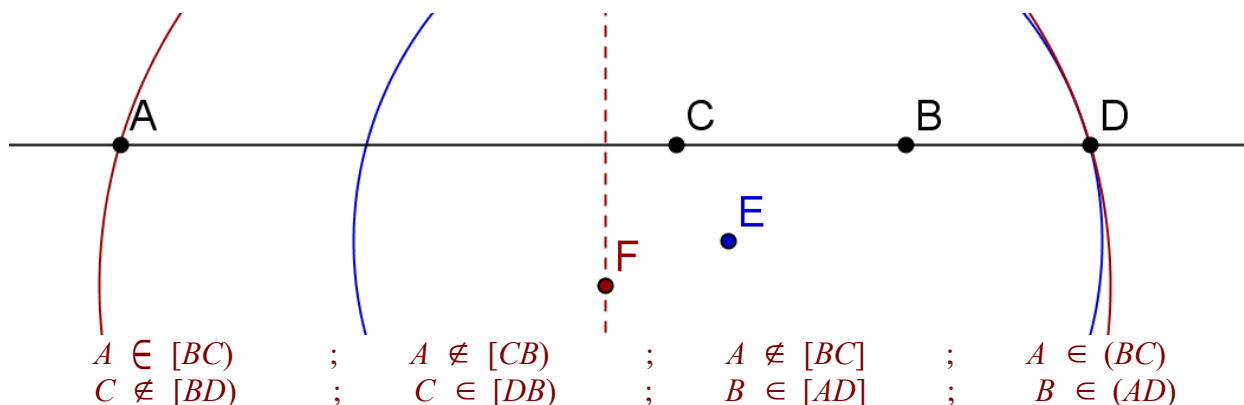
Qu'a de particulier le triangle  $ABD$  ? le triangle  $ABD$  a ses côtés égaux

Comment appelle t-on un tel triangle ? Un triangle équilatéral.

Remarque : on ne demandait pas de tracer ce triangle, mais cela ne l'empêche pas d'exister... Nous pouvons aussi remarquer que le quadrilatère  $AKBL$  est un carré

### 2. Appartenances

a) Complète avec les symboles  $\in$  (appartient à) ou  $\notin$  (n'appartient pas à), selon les cas :



b) Placer un point  $E$  tel que  $E \notin (AB)$  et que  $ED < EA$ , puis tracer le cercle de centre  $E$  et de rayon  $[ED]$ .

$E$  doit être à droite de la médiatrice de  $[AD]$  et pas sur la droite  $(AB)$ . Le cercle est tracé en bleu ici.

On veut qu'un point  $F \notin (AB)$  soit tel que le cercle de centre  $F$  et de rayon  $[FD]$  passe par  $A$ .

Où doit-on placer  $F$  ?  $F$  doit être sur la médiatrice de  $[AD]$ .

Placer un tel point  $F$  sur la figure. La médiatrice a été tracée en tiretés rouge ; le point  $F$  est sur cette droite et le cercle de centre  $F$  (en rouge) passe ainsi bien par  $A$  et par  $D$ . Ce cercle n'était pas demandé.

### 3. Questions sur le cours

a) Définir *sur la copie* les trois expressions suivantes :

médiatrice d'un segment : C'est l'ensemble des points équidistants des extrémités du segment. On pouvait dire aussi, c'est la droite perpendiculaire au segment qui passe par son milieu.

corde d'un cercle : Un segment joignant deux points de ce cercle.

diagonale d'un polygone : Un segment joignant deux sommets du polygone qui n'est pas un côté.

b) Compléter *sur les pointillés* sans justifier

Traduire la phrase suivante par une égalité : « le point  $P$  est sur le cercle de centre  $O$  et de rayon  $R$  »  $PO=R$

Écrire sans le mot *alignés* « Les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont alignés » :  $A$  est sur la droite  $(BC)$  ; on peut écrire cela avec la notation  $A \in (BC)$ . On pouvait dire aussi : soit  $A \in [BC]$ , soit  $B \in [AC]$ , soit  $C \in [BA]$ .

Si  $\mathcal{C}'$  est un cercle de rayon  $7\text{ cm}$  et que  $[CD]$  est un diamètre de  $\mathcal{C}'$ , que peut-on dire de  $CD$  ?  $CD \leq 14\text{ cm}$

Si  $AB=AC$  est-on certain que  $A$  est le milieu de  $[BC]$  ? Non,  $A$  peut être n'importe où sur la médiatrice de  $[BC]$ .

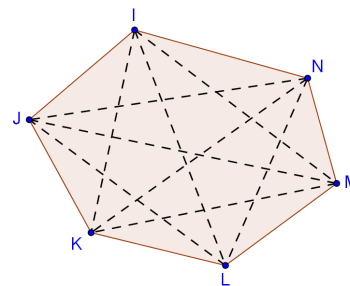
Si  $GH=IG$  est-on certain que  $H$  et  $I$  sont sur un même cercle de centre  $G$  ? Oui, sur un tel cercle, tous les points sont à la même distance de  $G$ , ce qui est bien le cas puisque  $GH=GI$ .

#### 4. Constructions de polygones

Tracer les figures demandées *sur la copie* et compléter *sur les pointillés*

a) Tracer en couleur un hexagone convexe  $IJKLMN$  et d'une autre couleur ses diagonales.

Combien l'hexagone a-t-il de diagonales ? Il en a 9.



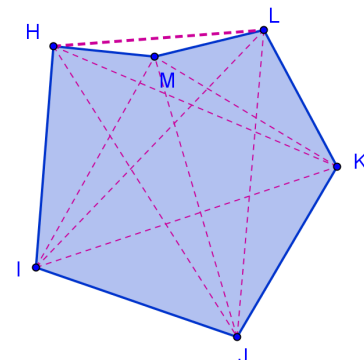
b) Jean dit qu'il a tracé un polygone contenant exactement huit diagonales intérieures et une extérieure. Tracer un polygone qui a les propriétés de celui de Jean.

Il suffit de tracer un hexagone légèrement non-convexe.

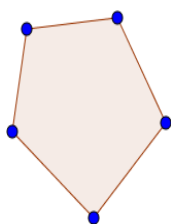
Sur notre illustration,  $[HL]$  est extérieure à l'hexagone  $HIJKLM$ , et les 8 autres diagonales sont intérieures (colorié en bleu).

Comment s'appelle un tel polygone ? Un hexagone (on le reconnaît au nombre de ses diagonales :  $8+1$ ).

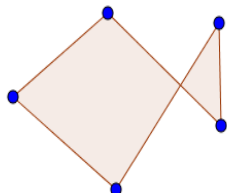
Remarque : cet hexagone est non-convexe, on peut préciser concave, mais c'est un concave particulier car tous les hexagones concaves n'ont pas cette particularité.



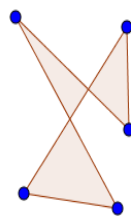
c) Le professeur a demandé combien de croisements peut-il y avoir entre les côtés d'un pentagone. Jade pense que la réponse correcte est 0, 1, 2 ou 5 points.



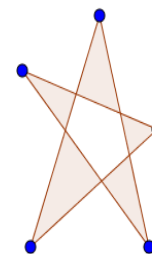
0 croisement  
(convexe)



1 croisement



2 croisements



5 croisements

Tracer un polygone de chaque sorte pour montrer que Jade a raison.

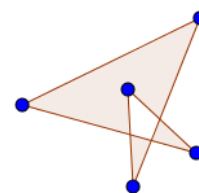
Joss intervient : « je crois qu'il peut y avoir trois croisements ». Qu'en pensez-vous ?

Joss a raison (voir exemple).

Jule à son tour affirme qu'« il peut y avoir quatre croisements ». Qu'en pensez-vous ?

Je crois que Jule n'a pas raison.

En tout cas, je n'ai pas encore vu de pentagone avec 4 croisements (et j'ai cherché).



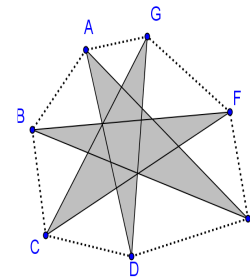
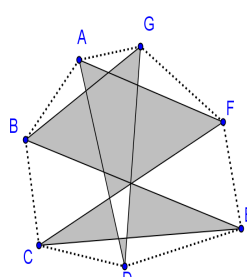
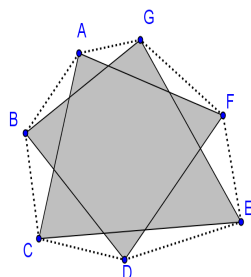
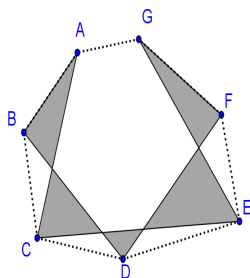
3 croisements

d) Si  $ABCDEFGG$  est un heptagone convexe, entoure le ou les heptagone(s) étoilé(s) ?

$ACEGFDB$ ,  $\underline{ACEGBDF}$ ,  $ADGBECF$ ,  $\underline{ADGCFBE}$

Pour répondre à cette question, on pouvait tracer un heptagone convexe  $ABCDEFGG$  au brouillon et voir ce que donnent les autres heptagones (c'est plus facile de voir ainsi les étoiles).

NB : seules 7 diagonales sont complètement à l'extérieur ici (la définition donnée sur le sujet est incorrecte)



Bonus(+1pt): Si j'avais un côté de moins j'aurai dix diagonales en moins. Combien ai-je de côtés ?

Un dodécagone bien sûr (j'ai 54 diagonales et si je n'avais que 9 côtés au lieu de 10, j'aurai 44 diagonales, donc 10 de moins).

Rappel : quadrilatère : 2 diagonales, pentagone : 5 diagonales ( $2+3=5$ ), hexagone : 9 diagonales ( $5+4=9$ ), heptagone : 14 diagonales ( $9+5=14$ ), octogone : 20 diagonales ( $14+6=20$ ), enneagone : 27 diagonales ( $20+7=27$ ), décagone : 35 diagonales ( $27+8=35$ ), hendécagone : 44 diagonales ( $35+9=44$ ), dodécagone : 54 diagonales ( $44+10=54$ ).