

Travail à faire à deux (ne rendre qu'une copie pour les deux) ou seul. Laisser de la place pour les observations éventuelles et la note ; mettre des titres à chaque partie. Rédiger clairement (phrases ayant un sens, pas d'abréviation, résultats répétitifs dans un tableau).

## 1. Les entiers : des sommes d'entiers consécutifs ?

*Question* : « les nombres entiers peuvent-ils tous être constitués par une somme d'entiers consécutifs (si la réponse est non, déterminer les nombres qui ne sont pas reconstituables ainsi) ? »

Le nombre 25, par exemple, peut être constitué par la somme  $12+13$  de deux entiers consécutifs, et on peut aussi obtenir 25 avec une somme d'entiers consécutifs plus petits :  $3+4+5+6+7$ . On dit que 25 se décompose de deux façons différentes comme somme de nombres entiers consécutifs.

### a) Exploration systématique

Chercher les décompositions en somme d'entiers consécutifs des nombres entiers inférieurs à 36.

Parmi ces nombres, certains ont deux ou trois décompositions différentes : lesquels ?

### b) Conjecture

À partir de cette exploration de la situation, émettre une conjecture<sup>1</sup> qui réponde à la question.

## 2. Un algorithme pour les nombres à $n$ chiffres

Choisir un nombre à trois chiffres non tous égaux ( $A$  peut commencer par 0), on note ce nombre  $A$

1. Disposer les chiffres du nombre  $A$  dans l'ordre décroissant : on obtient le nombre  $B$
2. Disposer les chiffres du nombre  $A$  dans l'ordre croissant : on obtient le nombre  $C$
3. Retrancher le nombre  $C$  au nombre  $B$  : on obtient le nombre  $D$

Recommencer les étapes 1 à 3 à partir du nombre obtenu  $D$  que l'on renomme  $A$

On s'arrête lorsque le nombre final  $D$  fait partie des nombres déjà obtenus

### a) Exemple

Si on choisit  $A=142$ , on obtient à la 1<sup>ère</sup> étape  $D=297$ . Expliquer pourquoi.

Recommencer alors avec  $A=297$ . Qu'obtient on alors à la 2<sup>ème</sup> étape comme nombre  $D$  ?

Vérifier qu'il faut arriver à la 5<sup>ème</sup> étape pour obtenir un nombre qui a déjà été obtenu.

### b) Conjecture

Essayer ce programme en partant d'autres nombres (une dizaine) à trois chiffres.

Noter à chaque fois les résultats des différentes étapes pour vos différents essais.

Observer quelle propriété semble se dégager de vos essais. Formuler alors votre conjecture.

### c) Maximum d'étapes

Peut-on trouver des nombres pour lesquels le programme s'achève en 1 étape, en 2 étapes, en 3 étapes, etc. ?

Donner un exemple pour justifier vos réponses, en les présentant dans un tableau.

D'après vos observations, combien d'étapes peut-il y avoir au maximum ?

### d) Exception

Vous avez noté dans la règle, l'expression « trois chiffres non tous égaux ». Que se passerait-il si les chiffres étaient tous égaux ? Reformuler votre conjecture pour qu'elle s'applique à tous les nombres à trois chiffres.

### e) Facultatif

Les scripts ci-contre adaptent l'algorithme aux nombres à deux chiffres. Améliorer le script n°2 pour tenir compte du cas où « nombre1 » commence par le chiffre 0.

Choisir n'importe quel nombre à deux chiffres et observer ce qui se passe. Recommencer avec d'autres nombres à deux chiffres. Les résultats obtenus permettent-ils d'émettre une conjecture semblable à celle qui concerne les nombres à trois chiffres ?

**Script n°2**

```

quand je reçois calcul
ajouter à étape 1
mettre nombre2 à lettre 2 de nombre1 * 10 + lettre 1 de nombre1
si nombre2 > nombre1 alors
mettre nombre1 à nombre2 - nombre1
sinon
mettre nombre1 à nombre1 - nombre2
dire regroupe regroupe regroupe à l'étape regroupe étape on obtient nombre1 . Pour continuer presser la barre d'espace
attendre 1 secondes
attendre jusqu'à touche espace pressée?
envoyer à tous calcul

```

**Script n°1**

```

quand est cliqué
demander Donner un nombre à deux chiffres et attendre
mettre nombre1 à réponse
mettre étape à 0
envoyer à tous calcul et attendre

```

<sup>1</sup> Une *conjecture* est une propriété qui semble vraie (car elle se vérifie sur tous les exemples étudiés) mais que l'on n'a pas encore prouvée d'une façon générale.