

## 9. Utilisation de la proportionnalité

### 1] Produit en croix

Si deux grandeurs sont proportionnelles, on peut déterminer une des deux grandeurs connaissant l'autre ainsi qu'un autre couple de valeurs. L'opération qui résume cela est le « produit en croix ». Dans cette situation,

On a :  $G1 = G2 \times G'1 \div G'2$

G1	G'1
G2	G'2

Ou encore :  $G'1 = G1 \times G'2 \div G2$

Ou encore :  $G2 = G1 \times G'2 \div G'1$

Ou encore :  $G'2 = G2 \times G'1 \div G1$

a) On sait que le carré de la période T d'oscillation d'un pendule est proportionnel à la longueur  $\ell$  du pendule. Martin a mesuré la période d'un pendule de 104,5 cm de longueur. Il a trouvé 2,05 s. Il se demande quelle doit être la longueur  $\ell$  d'un pendule dont la période d'oscillation serait de 10 s. Aidez-le !

104,5 cm	$\ell = ?$
$2,05^2 = \dots\dots\dots$	$10^2 = \dots\dots\dots$

$\ell = \dots\dots \times \dots\dots \div \dots\dots = \dots\dots\dots$

b) En géométrie : on sait que la longueur d'un cercle est proportionnelle à son rayon (le coefficient de proportionnalité longueur/rayon vaut .....). On sait aussi que l'aire d'un disque est proportionnelle au carré de son rayon (le coefficient de proportionnalité aire/(rayon×rayon) vaut .....). Vous apprendrez bientôt que le volume d'une boule est proportionnelle au cube de son rayon (rayon<sup>3</sup>=rayon×rayon×rayon). Pour l'instant, ne sachant pas le coefficient de proportionnalité, on en est réduit à faire des expériences.

Santosh a mesuré le volume d'une boule de diamètre 12 cm. Il a trouvé 905 cm<sup>3</sup>.

Combien vaut approximativement le coefficient de proportionnalité volume/(rayon×rayon×rayon) ? .....

Aidez-le à en déduire le volume d'une boule de rayon 6400 km (il s'agit de la Terre) !


c) Alice a battu le record de la traversée de l'Atlantique en parcourant 4800 km en 10 jours et 12h.

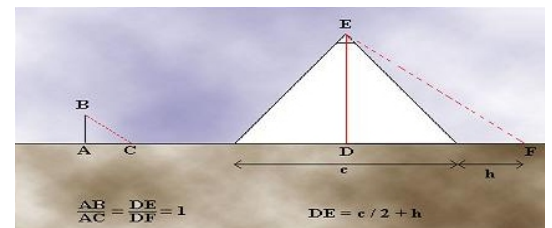
Quelle a été sa vitesse en km/h ? .....

Sachant que 20 nœuds correspondent à 37km/h, quelle a été sa vitesse en nœuds ?


d) Thalès de Milet vivait au VI<sup>ème</sup> siècle avant J-C, sur les bords de la mer Égée, en Grèce. L'histoire raconte que le Pharaon Amasis aurait dit que personne n'était en mesure de donner la hauteur de la grande pyramide du plateau de Guizeh ... Thalès releva le défi !

Après quelques jours de voyage sur le Nil, Thalès aperçut, dressée au milieu du plateau, la pyramide. Les dimensions du monument âgé alors de 2000 ans, dépassaient de loin tout ce qu'il avait imaginé. Comment allait-il s'y prendre pour déterminer la hauteur de cette pyramide ? Il regarda son ombre et eut alors cette idée :

« Le rapport que j'entretiens avec mon ombre est le même que celui que la pyramide entretient avec la sienne. » Il en déduisit ceci : « à l'instant où mon ombre sera égale à ma taille, l'ombre de la pyramide sera égale à sa hauteur. » Sachant qu'au moment où cet événement se produit, la longueur  $h$  (voir schéma) est mesurée à 60 coudées et que la largeur de la pyramide vaut  $c=440$  coudées. Déterminer la hauteur de la pyramide en coudées. Cinq coudées Égyptiennes mesurant 2,62 m combien de mètres mesure la hauteur et le côté de la grande pyramide ?




e) Une image mesure : largeur = 375 pixels ; hauteur = 234 pixels. Cette image, en 16 millions de couleurs, a un poids avant compression de 87Ko. On la réduit de manière à avoir une hauteur de 78 pixels. Quelle sera sa largeur ? Quel sera son poids (en Ko) ?


## 2] Pourcentage d'une quantité

### 2-1] Baccalauréat

a) Un Lycée a présenté 320 élèves au Bac. On sait que 80% des élèves de ce Lycée ont réussi.

Combien d'élèves de ce Lycée ont réussi?

b) Le pourcentage de réussite à un examen est de 72%. 1450 candidats se sont présentés à cet examen.

Combien de candidats ont échoué à cet examen ?

### 2-2] Élection

a) Lors de l'élection des délégués des élèves, dans une classe de 32 élèves, Boris a recueilli 18 voix.

Quel pourcentage des voix a-t-il recueilli ?

b) Zoé aussi est devenue déléguée de sa classe en recueillant 60% des voix.

Sachant que dans la classe de Zoé il y a 30 élèves, combien d'élèves ont voté pour Zoé ?

Qui, entre Boris et Zoé, a reçu le plus de voix ?

c) Est-il possible que dans une autre classe, John recueille le même nombre de voix que Boris tout en recevant 75% des voix de sa classe ?

Quel serait alors le nombre d'élèves dans la classe de John ?

### 2-3] Commission

Un représentant de commerce gagne, en plus de son salaire fixe, une commission qui dépend du montant des ventes selon le principe suivant :

- Tranche 1 : 2% du montant des ventes jusqu'à 15 000 €
- Tranche 2 : 3% du montant des ventes compris entre 15 000 € et 20 000 €
- Tranche 3 : 5% du montant des ventes supérieur à 20 000 €

Le calcul de la commission ajoute donc les commissions partielles calculées dans chaque tranche.

a) En janvier, ce représentant a réalisé 12 000 € de vente. Le montant de la commission est calculé dans la 1<sup>ère</sup> tranche seulement. Quel est le montant de la commission en janvier ?

b) En février, ce représentant a réalisé 19 000 € de vente. Le montant de la commission est la somme des deux commissions partielles :  $C_1$  calculée dans la 1<sup>ère</sup> tranche (pour les premiers 15 000 €) et  $C_2$  calculée dans la 2<sup>ème</sup> tranche (pour le restant des ventes, soit 4 000 €). Quel est le montant  $C_1+C_2$  de la commission en février ?

c) En mars, ce représentant a réalisé 24 000 € de vente. Quel est le montant de la commission en mars ?

### 2-4] ISF

L'Impôt Sur la Fortune est à payer par les personnes dont le patrimoine (ensemble des propriétés et du capital) excède 1 300 000 € (en 2016), selon le barème suivant :

- 0,50% du patrimoine compris entre 800 000 € et 1 300 000 €
- 0,70% du patrimoine compris entre 1 300 000 € et 2 570 000 €
- 1% du patrimoine compris entre 2 570 000 € et 5 000 000 €
- 1,25% du patrimoine compris entre 5 000 000 € et 10 000 000 €
- 1,50% du patrimoine supérieur à 10 000 000 €

a) Calculer  $ISF_A$  : l'ISF d'une personne A dont le patrimoine s'élève à 2 500 000 €.

b) Calculer  $ISF_B$  : l'ISF d'une personne B dont le patrimoine est le quadruple de celui de A, soit 10 000 000 €. l' $ISF_B$  est-elle égale au quadruple de l' $ISF_A$  ?

c) Pour les personnes dont le patrimoine est compris entre 1,3 et 1,4 M€, il existe une décote égale à 17 500 € moins 1,25% du patrimoine. Calculer  $ISF_C$  : l'ISF d'une personne C dont le patrimoine est de 1 350 000 €.