

4. Nuages de points et moyennes

1) Résultats à l'écrit et à l'oral : Les résultats d'un groupe d'élèves à deux épreuves de mathématiques, l'une écrite et l'autre orale, sont données dans le tableau ci-dessous.

Nom	Mr A	Mr B	Mr C	Mme D	Mme E	Mr F	Mme G	Mr H	Mme I	Mme J
Épreuve écrite	11	12	10	15	12	14	12	18	9	17
Épreuve orale	15	17	13	17	18	16	15	16	15	19

a) Représenter ces résultats par un nuage de points :

- note écrite reportée sur l'axe horizontal
- note orale reportée sur l'axe vertical

b) Calculer les moyennes suivantes, puis les placer dans le graphique

Pour calculer Mg à l'écrit, par exemple, on fait la somme des 5 notes écrites des garçons et on divise par 5 (le nombre de notes):

$$Mg = \frac{11+12+10+14+18}{5} = 13$$

- Me (moyenne des élèves) à l'écrit 13, à l'oral 16,1
- Mg (moyenne des garçons) à l'écrit 13, à l'oral 15,4
- Mf (moyenne des filles) à l'écrit 13, à l'oral 16,8

c) Commenter ce nuage de points :

Quelle est la forme du nuage ? Nous avons colorié le « nuage » en gris. Il est allongé et assez compact ce qui montre que les élèves forment un groupe assez homogène. L'élève H est celui qui est le moins représentatif du groupe (le plus à l'écart des autres), mais il y a aussi C, J, etc.

Les garçons réussissent-ils mieux/moins bien que les filles ?

On voit que Mf (la moyenne des filles) est au dessus de Mg (moyenne des garçons) ; le nuage des filles constituant en majeure partie, la zone supérieure du nuage (voir la figure du dessous, la partie rose) ; le nuage des garçons constituant en majeure partie, la zone inférieure du nuage (la partie en bleu). Par conséquent, oui, les filles réussissent mieux que les garçons à l'oral ; pas à l'écrit, où les deux groupes réussissent aussi bien.

Les meilleurs à l'écrit sont-ils les meilleurs à l'oral ?

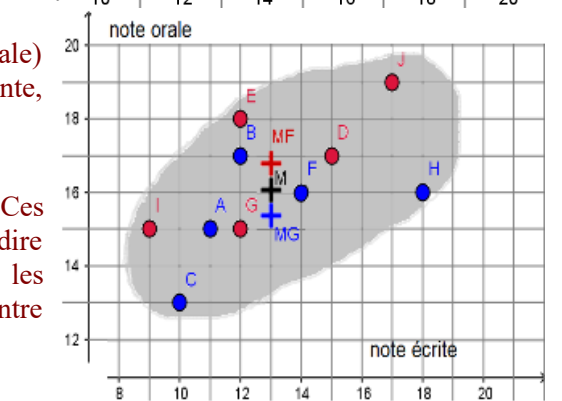
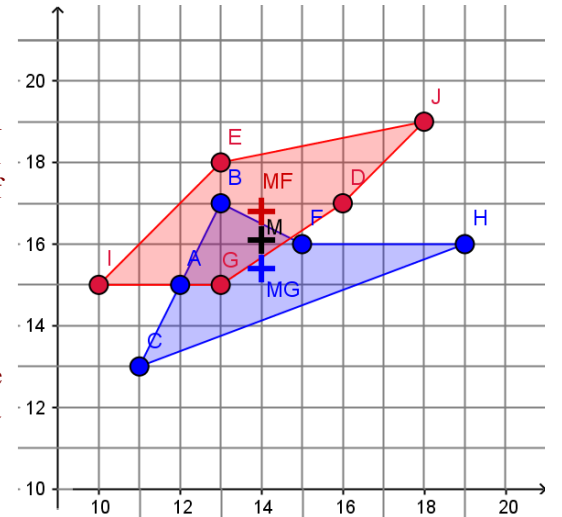
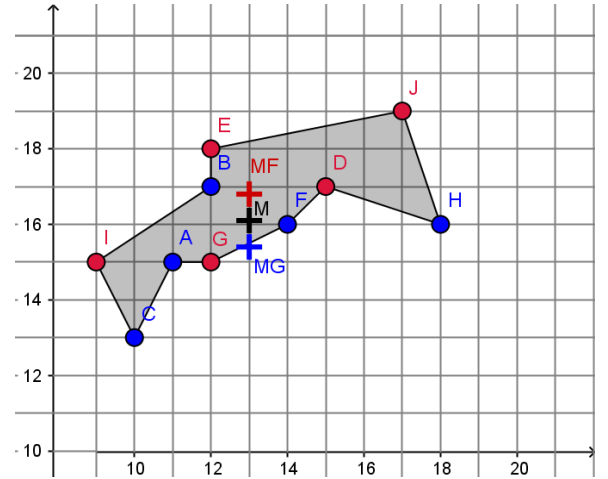
Globalement, il y a une cohérence entre les deux notes (écrite et orale) puisque l'allongement du nuage en forme de droite à pente croissante, montre que plus un élève est bon à l'écrit, plus il est bon à l'oral.

Qu'apportent de plus les moyennes ?

Les moyennes ont été ajoutées dans le graphique (figuré : une croix). Ces points moyens sont au centre du gravité du nuage, des nuages devrait-on dire si on considère séparément les filles et les garçons ; ils résument les informations du groupe qu'ils représentent, en gommant les différences entre les individus.

Autre(s) remarque(s) :

Les nuages que nous avons tracés et coloriés sont les enveloppes polygonales de périmètre minimal qui entourent les points de chacun des groupes. Comme c'est difficile de déterminer ces enveloppes minimales, généralement, on colorie plutôt la forme arrondie qui convient approximativement (voir ci-contre). Sur Geogebra, il suffit de taper dans la fenêtre « calcul formel », la commande `ReprésentantCommerce[{A,B,C,F,H}]` et cliquer sur le point en-dessous du numéro de la commande pour afficher ce polygone.



Calcul formel

1	lieu1:=ReprésentantCommerce[{A, B, C, F, H}]
●	→ lieu1 := ReprésentantCommerce[{A, B, C, F, H}]
2	lieu2:=ReprésentantCommerce[{G, D, J, E}]
●	→ lieu2 := ReprésentantCommerce[{G, D, J, E}]
3	lieu3:=ReprésentantCommerce[{A, B, C, D, E, F, G, H, I, J}]
○	→ lieu3 := ReprésentantCommerce[{A, B, C, D, E, F, G, H, I, J}]

Graphique

2) Résultats en français et en maths : Reprendre cette étude avec les notes en français/maths de 16 élèves

	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
Français	17,5	14	18	18,5	16	18,5	16,5	17	13	14	16	15,5	16,5	11	15	12,5
Maths	14,5	17,5	15	17	13	13,5	14	18	4,5	9,5	12	12	14	9	14,5	10

Calculer et faire figurer sur le graphique en nuage de points

- la moyenne M_f des élèves en français **15,34**
- la moyenne M_m des élèves en maths **13**

Commentaires :

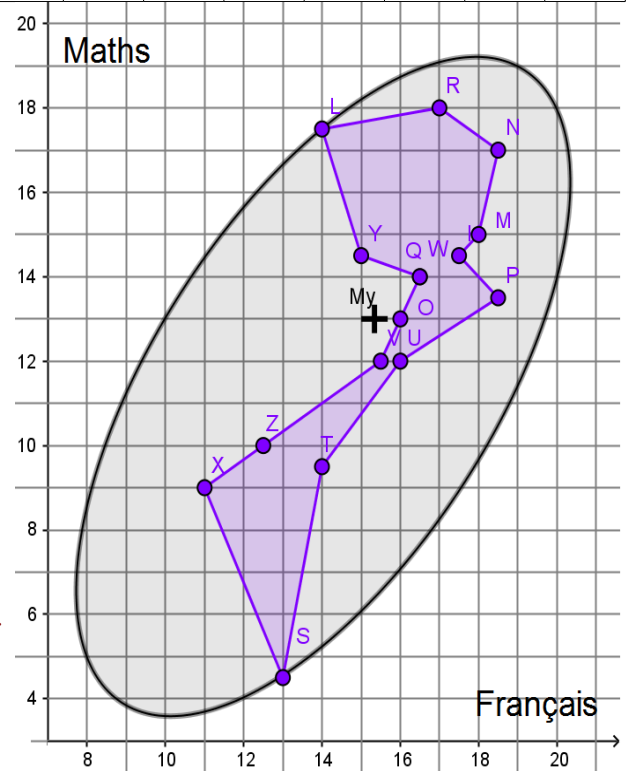
Quelle est la forme du nuage ?

Les points de ce nuage sont assez regroupés. Si on ne considère pas le point S(13 ;4,5), il l'est d'autant plus. Nous avons tracé une ellipse (ovale) qui englobe tous les points : elle est un peu allongée mais pas tant que ça, ce qui montre une assez grande dispersion (variabilité) des résultats.

Les meilleurs en français sont-ils les meilleurs en maths ?

Encore une fois on assiste à une assez bonne liaison entre les deux notes : ceux qui sont bons en français sont bons en maths (c'est une remarque générale). On peut penser que L(14;17,5) pourrait être meilleur en français ou que S pourrait être meilleur en maths...

Pour info : ces notes sont extraites d'une classe de 6^{ème} (dernier trimestre 2016). Par curiosité, on peut tracer le polygone de périmètre minimal qui contient tous ces points. Il est beaucoup plus difficile à déterminer pour un être humain car il y a beaucoup de points (le problème du représentant de commerce est un fameux problème qui devient vite inextricable) mais pour un logiciel comme Geogebra, c'est encore très facile.



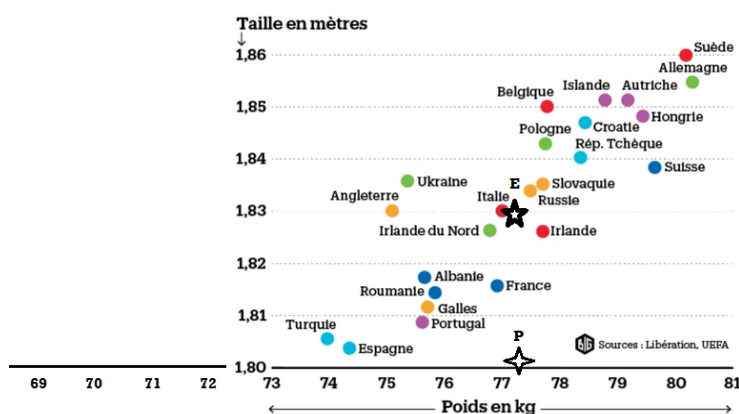
3) Mensurations

On peut étudier avec un nuage de points d'autres grandeurs que des notes. Le graphique de gauche donne les mensurations des joueurs de foot par sélection nationale. Dans ce nuage, placer :

- Le joueur moyen E de l'Euro 2016 (il mesure 1,83 m et pèse 77,3 kg)
- Un point G correspondant à A. Griezmann (1,75 m pour 69 kg)
- Un point P correspondant à votre taille et votre poids

Je joins l'article de Libération qui accompagnait ce graphique et quelques autres. Il n'y a pas grand chose à faire ici, juste ajouter trois points. Mais pour cela, il faut prolonger les axes. Le joueur Antoine Griezmann n'entre pas dans le nuage tracé, étant beaucoup plus petit et léger que les autres joueurs.

LES MENSURATIONS DES JOUEURS PAR SÉLECTION NATIONALE



Des Suédois grands, des Turcs légers

Les chiffres permettent aussi d'accréditer quelques clichés, ou pas. Les Suédois sont les plus grands de l'Euro 2016 (1,86 m de moyenne), et les Espagnols les plus petits (à peine plus d'1,80 m). Les Turcs, eux, sont les plus légers, avec moins de 74 kg de moyenne sur la balance, alors que les Allemands sont les plus lourds : 80,3 kg. 552 joueurs, cela fait aussi énormément de profils différents, dont il n'est pas interdit de s'amuser. L'attaquant italien Lorenzo Insigne est à la fois le plus petit et le plus léger de l'Euro 2016 : 1,63 m pour 59 kg. Quant aux « plus », ils sont trustés par des gardiens : le plus capé est celui de l'Espagne, Iker Casillas, le plus grand celui de la Roumanie, Costel Pantilimon, le plus lourd celui de l'Irlande, Darren Randolph, et les plus vieux ceux de l'Irlande, Shav Given, et de la Hongrie, Gabor Kiralyv. Pour l'anecdote, le joueur moyen de l'Euro fait 1,83 m pour 77,3 kg, il a 27,3 ans et compte 32 sélections, et le vrai joueur qui s'approche le plus de ce profil est l'attaquant islandais Alfred Finnbogason (1,84 m, 78 kg, 27 ans, 34 sélections).

Les championnats, un indicateur biaisé

Quant ils ne sont pas à l'Euro, les joueurs sont dans leurs clubs. Où ? C'est un peu la donnée choc : 102 des 552 joueurs qui vont participer à la compétition européenne viennent de la Premier League, c'est-à-dire la D1 anglaise. Avec, en plus, 32 joueurs évoluant en D2 anglaise, quatre en D3 et même un en D4, c'est en fait un joueur de l'Euro sur quatre qui joue en club en Angleterre. Suffisant pour que les médias britanniques fassent de leur championnat le meilleur au monde...