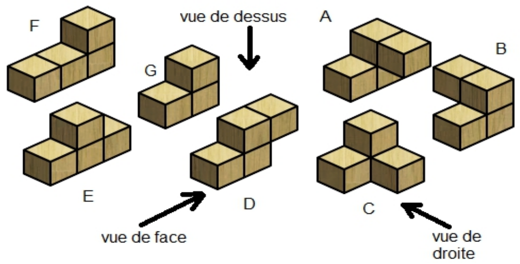
Noms :.............................. & .... **DM n°9 : Jeux avec des cubes** mai 2017

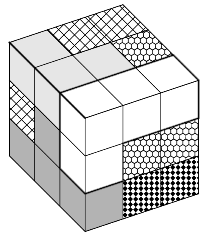
Travail à faire à deux en deux semaines (association possible entre les élèves de 6^{e}2 et 6^{e}5)

1) Les sept polycubes



La figure de gauche représente sept solides différents* constitués, chacun, de trois ou quatre petits cubes de côté 1.

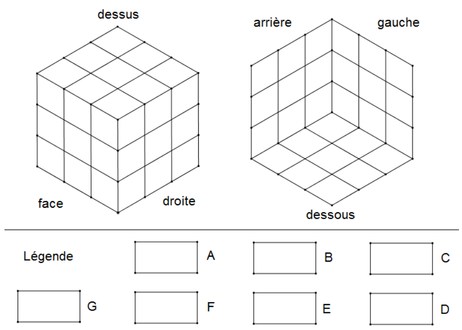
** : Malgré leur ressemblance, les formes A et B, sont différentes bien que symétriques, comme nos deux mains.*

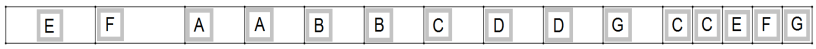


a) Représenter ces sept solides :

- en vue de face (gris foncé sur la figure)
- en vue de dessus (gris clair)
- en vue de droite (gris intermédiaire)

b) Ces solides, totalisant un volume de 27 petits cubes, peuvent reconstituer un grand cube de côté 3. L'illustration de droite montre une solution (il en existe 240 différentes).
Compléter les deux vues en perspective ci-contre, en indiquant les pièces que l'on voit sur les trois faces cachées *(plutôt que les motifs compliqués de notre illustration, indiquer chaque pièce par une couleur, avec une légende faisant la correspondance entre couleur et lettre).*
En déduire à quelle pièce appartient le cube central.
Pour répondre à cette question, vous pouvez réaliser ces solides avec du papier, mais ce sera plus agréable (et durable) de les réaliser en bois : prendre une baguette à section carrée. Il n'y a que 15 coupes et 8 collages à réaliser. Le plan de découpe est simple (voir ci-dessous). Penser à compter l'épaisseur du trait de scie (≈ 2 mm).



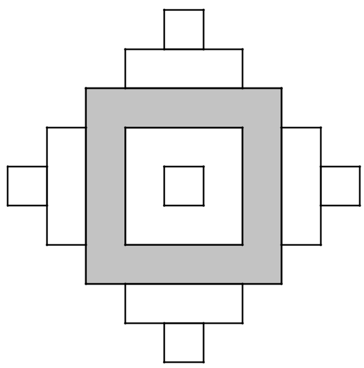


c) Avec l'ensemble des sept pièces, on peut reconstituer bien d'autres solides mais le cube 3×3×3 est le seul parallélépipède possible. Expliquer pourquoi. Montrer ensuite comment, avec une partie des pièces, on peut reconstituer les quatre parallélépipèdes de dimensions 2×2×3, 2×2×4, 2×2×5 et 2×3×4.

d) Ce jeu de pièces contient tous les polycubes (assemblages de cubes face contre face) de 1, 2, 3 ou 4 cubes qui ne sont pas des parallélépipèdes. Combien de polycubes parallélépipédiques différents faut-il éliminer pour constituer cette collection ? *(donner leurs dimensions).* Si on veut continuer cette idée en ajoutant à la collection les assemblages de 5 cubes qui ne sont pas des parallélépipèdes, il y a 28 solides à ajouter. En dessiner deux fois deux en perspective qui soient, comme les pièces A et B, différentes bien que symétriques.

2) Des cubes sur un cube

a) On dispose d'un cube de côté 3 et de six petits cubes de côté 1. On colle chaque petit cube sur une des six faces de manière à superposer les centres des faces et à avoir les faces parallèles. Dessiner le solide obtenu en perspective.

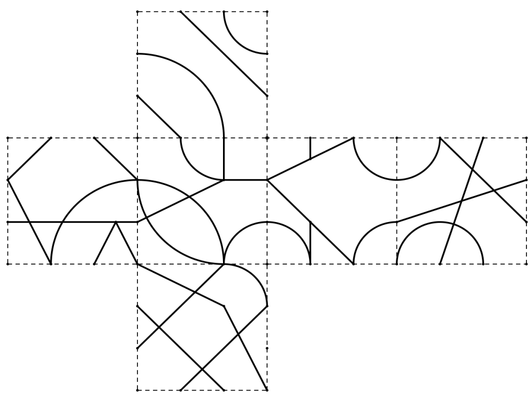


b) On dispose d'un cube de côté 5 et de petits cubes de côté 1. On colle les petits cubes sur les six faces de manière à construire une pyramide sur chacune des faces. La figure ci-contre montre la vue de devant d'un tel assemblage. Dessiner le solide obtenu en perspective. Combien faut-il ajouter de petits cubes ?

c) Selon le même procédé, on construit des pyramides sur les faces d'un cube de côté 7. Combien faut-il ajouter de petits cubes ? *(donner le détail du calcul)*
Faire la même chose avec des cubes initiaux de côté 9, 11, 13 et 15.

d) Comparer le nombre de petits cubes à ajouter au volume du cube initial de côté 2×*n*+1, où *n* est un entier allant de 1 à 7.
(donner, dans un tableau les deux nombres ainsi que leur quotient)

3) Des couleurs sur un cube



Colorier le patron de cube ci-contre avec le minimum de couleurs différentes de manière à ce que les zones de même couleur se prolongent correctement sur chaque face. Deux zones voisines par un côté ne doivent pas être de la même couleur, mais deux zones voisines par un sommet seulement peuvent l'être.

NB : Une image est disponible sur mathadomicile pour s'entraîner aux deux coloriages de cette feuille.