

CORRECTION

CALCULATRICE INTERDITE !

Barème : 6+6+6+2

1) a) Effectuer les divisions décimales suivantes jusqu'à obtenir un reste nul ou bien des restes qui se répètent :

$\begin{array}{r} 97 \\ 17 \\ 10 \\ 20 \\ 40 \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 8 \\ \hline 12, 125 \end{array}$	$\begin{array}{r} 173 \\ 63 \\ 80 \\ 30 \\ 80 \\ 30 \end{array}$	$\begin{array}{r} 11 \\ \hline 15,7272\dots \end{array}$	$\begin{array}{r} 27 \\ 30 \\ 60 \\ 120 \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 24 \\ \hline 1,125 \end{array}$
----------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------	---------------------------------------------------

b) Une source donne 27 milliers de litres d'eau par jour. Avec toute l'eau de cette source, on remplit 24h sur 24 des bouteilles de 1,5 litres qu'on emballe par pack de 12.

Répondre aux questions suivantes, en posant les opérations si nécessaire

Combien de litres donne la source en une heure ? $27 \div 24 = 1,125$ milliers de litres, soit 1125 litres par heure.

Combien de litres y a-t-il dans un pack ? $12 \times 1,5 = 18$ litres par pack.

Combien de pack remplit-on en une heure ? $1125 \div 18 = 62,5$ packs par heure.

$$\begin{array}{r} 1125 \\ 45 \\ 90 \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 18 \\ \hline 62,5 \end{array}$$

2) Déterminer, sans les poser, les produits suivants : $123 \times 0,001 = 0,123$

$$12,3 \times 100 = 1230 \quad 0,0123 \times 100\,000 = 1230 \quad 1230 \times 0,00001 = 0,0123$$

b) Sachant que $11111 \times 11111 = 123454321$ déterminez sans calcul les produits suivants :

$$11,111 \times 1\,111,1 = 12345,4321 \quad 111,11 \times 11\,111\,000 = 1234543210$$

$$1,1111 \times 111\,110 = 123454,321 \quad 0,011111 \times 1,1111 = 0,0123454321$$

c) Calculer les produits A et B suivants : $A = 23,45 \times 6,7$ et $B = 0,0095 \times 8200$

(effectuer les calculs **au dos** de la feuille et ne pas les effacer !) $A = 157,115$ et $B = 77,9$

On a placé la virgule pour donner le résultat mais pas pour effectuer l'opération (car ce n'est pas nécessaire).

$\begin{array}{r} 2345 \\ \times 67 \\ \hline 16415 \\ 140700 \\ \hline 157115 \end{array}$	$\begin{array}{r} 95 \\ \times 82 \\ \hline 190 \\ 7600 \\ \hline 7790 \end{array}$
---------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------

On peut poser la multiplication autrement, par exemple en inversant les deux nombres, ou en mettant les virgules à leur place, mais le résultat, dans tous les cas, ne changera pas.

d) Calculer mentalement : *J'indique une étape de calcul mais ce n'était pas demandé.*

$11 + 4 \times 10 =$	$100 - 9 \times 8 =$	$8 \times 7 - 6 \times 9 =$	$101 - (10 - 1) \times 9 =$
$11 + 40 = 51$	$100 - 72 = 28$	$56 - 54 = 2$	$101 - 9 \times 9 = 101 - 81 = 20$
$8,1 \div 0,9 =$	$9 \times 11 - 10 \div 2 =$	$0,08 \times 0,07 =$	$80 \div 20 + 10 \div 0,1 =$
$81 \div 9 = 9$	$99 - 5 = 94$	$8 \times 7 \times 0,0001 = 0,0056$	$4 + 100 = 104$

Calculer astucieusement : *même remarque ici*

$$2 \times 13 \times 5 = 10 \times 13 = 130 \quad 0,5 \times 1,2 \times 20 \times 5 = 0,5 \times 1,2 \times 100 = 5 \times 12 = 60$$

$$4 \times 0,17 \times 25 = 100 \times 0,17 = 17 \quad 0,6 \times 125 \times 4 \times 2 = 0,6 \times 1000 = 600$$

3) a) Qu'est-ce qu'une division euclidienne ?

C'est une division entre entiers où le quotient et le reste sont entiers.

Effectuer la division euclidienne de 321 par 7 à droite

Écrire le résultat en ligne : $321 = 7 \times 45 + 6$

$$\begin{array}{r} 321 \quad 7 \\ 41 \quad 45 \\ \hline 6 \end{array}$$

Combien y a-t-il de semaines pleines dans 321 jours ? Il y en a 45.

Aujourd'hui nous sommes lundi. Quel jour de la semaine sera t-on dans 321 jours ? **Dimanche** car après 45 semaines on sera lundi à nouveau, et il reste 6 jours qui nous amènera à dimanche.

b) Énoncer le critère de divisibilité par 2 : **Le dernier chiffre doit être 0, 2, 4, 6 ou 8.**

Énoncer le critère de divisibilité par 3 : **La somme des chiffres doit être divisible par 3.**

Dire sans effectuer de division, si 543 210 est divisible par 2 **OUI** car 0 est pair

Dire sans effectuer de division, si 543 210 est divisible par 3 **OUI** car $5+4+3+2+1+0=15$ divisible par 3

Dire sans effectuer de division, si 543 210 est divisible par 6 **OUI** car 543 210 est divisible par 2 et par 3

4) **Choisir** une des deux questions (justifier la réponse, donner la démarche, au dos)

a) Quel est le premier nombre divisible par 2, par 3, par 4, par 5, par 6, par 7, par 8, par 9 et par 10 ?

Par quel(s) nombre(s) inférieur(s) à 20 est-il aussi divisible ?

C'est facile, il faut prendre $8 \times 9 \times 5 \times 7$, car alors le nombre est divisible par 2 (car $8=2 \times 4$), par 3 (car $9=3 \times 3$), par 4 (car $8=4 \times 2$), par 10 (car $10=5 \times 2$). Ce nombre est égal à 2520.

Il est également divisible par 12 (car $12=4 \times 3$), par 14 (car $14=7 \times 2$), par 15 (car $15=5 \times 3$) et par 18 (car $18=9 \times 2$), mais il n'est divisible ni par 11, ni par 13, ni par 16 (car $16=8 \times 2$), ni par 17, ni par 19 (car 11, 13, 17 et 19 sont premiers).

b) Chaque lettre représente un chiffre différent. Une même lettre représente le même chiffre. Quels chiffres se cachent derrière les lettres A, M, N, P et Q pour que la multiplication $PAPA \times Q = MAMAN$ soit correcte ?

A=..... M=..... N=..... P=..... Q=.....

C'est sans doute plus difficile, d'où le bonus, mais il y a trois solutions.

Pour deux de ces solutions $MAMAN=15150$, soit $M=1$, $A=5$ et $N=0$.

Dans ce cas, $PAPA=2525$, soit $P=2$ et $Q=6$. ou bien $PAPA=7575$, soit $P=7$ et $Q=2$.

Cela donne les réponses : $A=5$, $M=1$, $N=0$, $P=2$ et $Q=6$ ou $A=5$, $M=1$, $N=0$, $P=7$ et $Q=2$

Pour la dernière solution $MAMAN=45450$, soit $M=4$, $A=5$ et $N=0$.

Dans ce cas, $PAPA=7575$, soit $P=7$ et $Q=6$. Cela donne la réponse : $A=5$, $M=4$, $N=0$, $P=7$ et $Q=6$

$$\text{Solution 1 : } 2525 \times 6 = 15150$$

$$\text{Solution 2 : } 7575 \times 2 = 15150$$

$$\text{Solution 3 : } 7575 \times 6 = 45450$$

J'ai trouvé ces trois solutions en écrivant un petit programme qui essaie toutes les possibilités, mais comment faire en temps et en moyen de calcul limités (sans même la calculatrice!) ?

Il faut raisonner :

Faisons varier Q entre 2 et 9 : il ne peut pas prendre la valeur 0 car sinon le produit est nul et il ne peut pas prendre la valeur 1 car sinon A et N seraient le même chiffre.

Essayons avec $Q=2$.

A ne peut pas être égal à 3, car sinon $2 \times P$ doit se terminer par 3, ce qui n'est pas possible.

Si $A=4$, $2 \times P$ doit se terminer par 4, donc P doit valoir 2 (impossible car déjà choisi) ou 7. En essayant avec 7, cela donne $M=2 \times 4 + 1 = 9$, mais ensuite, le 2^{ème} M devrait valoir 1, ce qui n'est pas possible puisqu'il vaut 9.

Si $A=5$, $2 \times P$ doit se terminer toujours par 4 (à cause de la retenue de $2 \times 5 = 10$), donc P doit valoir 2 (impossible car déjà choisi) ou 7. En essayant avec 7, cela donne $M=1$ car $2 \times 5 + 1 = 11$, et ensuite, le 2^{ème} M vaut 1 également.

Nous avons trouvé la solution $A=5$, $M=1$, $N=0$, $P=7$ et $Q=2$.

$$\begin{array}{r} \text{PAPA} \\ \times \quad 2 \\ \hline \text{MAMAN} \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{PAPA} \\ \times \quad 3 \\ \hline \text{MAMAN} \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{PAPA} \\ \times \quad 4 \\ \hline \text{MAMAN} \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{PAPA} \\ \times \quad 5 \\ \hline \text{MAMAN} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{PAPA} \\ \times \quad 6 \\ \hline \text{MAMAN} \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{PAPA} \\ \times \quad 7 \\ \hline \text{MAMAN} \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{PAPA} \\ \times \quad 8 \\ \hline \text{MAMAN} \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{PAPA} \\ \times \quad 9 \\ \hline \text{MAMAN} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{P3P3} \\ \times \quad 2 \\ \hline \text{M3M36} \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{P4P4} \\ \times \quad 2 \\ \hline \text{M4M48} \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{P5P5} \\ \times \quad 2 \\ \hline \text{M5M50} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7474 \\ \times \quad 2 \\ \hline \text{M4M48} \end{array} \quad \begin{array}{r} 7575 \\ \times \quad 2 \\ \hline 15150 \end{array}$$

Pour les deux autres solutions, c'est moins évident à trouver

encore, en épuisant toutes les possibilités pour Q avant de trouver avec $Q=6$. Mais d'autres voies de recherche sont possibles qui permettraient peut-être de découvrir, par le raisonnement, ces solutions.