

1) Transformation d'une fraction en une fraction égale pour la simplifier

On cherche à *diminuer* le numérateur et le dénominateur de la fraction pour obtenir une fraction plus simple (mais toujours écrite avec des nombres entiers). Ex. : $\frac{6}{20} = \frac{3 \times 2}{10 \times 2} = \frac{3}{10}$, on a simplifié la fraction par 2.

a) **Simplifier** les fractions suivantes : $\frac{45}{20} = \frac{9 \times 5}{4 \times 5} = \frac{9}{4}$, on a simplifié la fraction initiale par 5.

$$\frac{45}{21} = \frac{15 \times 3}{7 \times 3} = \frac{15}{7}, \text{ on a simplifié la fraction initiale par } 3.$$

$$\frac{48}{64} = \frac{16 \times 3}{16 \times 4} = \frac{3}{4}, \text{ on a simplifié la fraction initiale par } 16.$$

$$\frac{40}{100} = \frac{20 \times 2}{20 \times 5} = \frac{2}{5}, \text{ on a simplifié la fraction initiale par } 20.$$

On peut simplifier $\frac{48}{64}$ par 2, par 4, par 8 et par 16 (cette dernière simplification étant le maximum).

Par combien peut-on simplifier la fraction $\frac{40}{100}$ (donner toutes les valeurs possibles) : par 2, 4, 5, 10 et 20.

b) **Simplifier au maximum** les fractions suivantes (on continue à simplifier jusqu'à ce qu'on ne puisse plus) :

$$\frac{36}{100} = \frac{4 \times 9}{4 \times 25} = \frac{9}{25} \text{ on peut simplifier au maximum la fraction de départ par } 4.$$

$$\frac{48}{100} = \frac{4 \times 12}{4 \times 25} = \frac{12}{25} \text{ on peut simplifier au maximum la fraction de départ par } 4.$$

$$\frac{48}{72} = \frac{24 \times 2}{24 \times 3} = \frac{2}{3} \text{ on peut simplifier au maximum la fraction de départ par } 24.$$

2) Transformation d'une fraction en une fraction égale pour lui donner un dénominateur choisi

Pour obtenir un certain nombre au dénominateur, on modifie le numérateur.

Exemple : $\frac{6}{20} = \frac{6 \times 5}{20 \times 5} = \frac{30}{100} = 30\%$.

a) Exprimer les fractions suivantes en **pourcentage** :

$$\frac{6}{25} = \frac{6 \times \dots}{25 \times \dots} = \frac{\dots}{100} = \dots\% ; \quad \frac{7}{10} = \frac{7 \times 10}{10 \times 10} = \frac{70}{100} = 70\% ; \quad \frac{1}{4} = \frac{1 \times 25}{4 \times 25} = \frac{25}{100} = 25\% .$$

Parfois, pour obtenir le résultat souhaité, il faut commencer par simplifier :

$$\frac{6}{40} = \frac{\dots \times \dots}{\dots \times \dots} = \frac{\dots \times \dots}{\dots \times \dots} = \frac{\dots}{100} = \dots\% ; \quad \frac{140}{250} = \frac{14 \times 10}{25 \times 10} = \frac{14 \times 4}{25 \times 4} = \frac{56}{100} = 56\% .$$

Parfois, le dénominateur choisi conduit à un numérateur fractionnaire, on donne alors une valeur approchée,

$$\frac{5}{6} = \frac{\dots \times \dots}{\dots \times \dots} = \frac{\dots \times \dots}{\dots \times \dots} \approx \dots\% ; \quad \frac{10}{70} = \frac{10 \times \frac{100}{70}}{70 \times \frac{100}{70}} = \frac{1000}{7000} \approx 14\% .$$

ou un encadrement par 2 pourcentages entiers consécutifs : $\dots\% < \frac{5}{6} < \dots\%$; $14\% < \frac{10}{70} < 15\%$.

b) Mettre les fractions suivantes **au même dénominateur**, ici 12 (pour comparer, additionner...) :

$$\frac{5}{6} = \frac{5 \times 2}{6 \times 2} = \frac{10}{12} ; \quad \frac{2}{3} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12} ; \quad \frac{1}{2} = \frac{1 \times 6}{2 \times 6} = \frac{6}{12} ; \quad \frac{3}{4} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12} ; \quad \frac{14}{24} = \frac{2 \times 7}{2 \times 12} = \frac{7}{12} .$$

Application 1 : ordonner des fractions $\frac{14}{24}, \frac{5}{6}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{5}{12}$ dans l'ordre croissant :

Comme $6 < 7 < 8 < 9 < 10$ on a $\frac{6}{12} < \frac{7}{12} < \frac{8}{12} < \frac{9}{12} < \frac{10}{12}$ et donc $\frac{1}{2} < \frac{14}{24} < \frac{2}{3} < \frac{3}{4} < \frac{5}{6}$

Application 2 : additionner ou soustraire des fractions :

$$\frac{14}{24} + \frac{5}{6} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \left(\frac{1}{2} + \frac{5}{12} \right) = \frac{7}{12} + \frac{10}{12} + \frac{8}{12} + \frac{9}{12} - \left(\frac{6}{12} + \frac{5}{12} \right) = \frac{7+10+8+9-(6+5)}{12} = \frac{23}{12}$$

AP : Multiplication par une fraction

Calculatrice Interdite !

Calcul mental : on cherche à obtenir un résultat en faisant l'opération le plus simplement possible.

Il y a 3 façons de calculer la fraction $\frac{a}{b}$ d'une quantité c : $\frac{a}{b} \times c = a \times \frac{c}{b} = \frac{a \times c}{b}$.

Par exemple, pour calculer les $\frac{6}{7}$ de 21, on a le choix entre les 3 façons suivantes : $\frac{6}{7} \times 21$, $6 \times \frac{21}{7}$ et $\frac{6 \times 21}{7}$

Ici, on choisit la 2^{ème} façon ($6 \times \frac{21}{7}$), car le quotient de 21 par 7 est simple à trouver (21 est dans la table de 7).

Les $\frac{6}{7}$ de 21 valent donc $6 \times \frac{21}{7} = 6 \times 3 = 18$.

a) Calculer de la façon la plus simple (ne pas poser les opérations, mais écrire une justification intermédiaire).

$49 \times \frac{10}{7} =$	$\frac{56 \times 8}{7} =$
$1500 \times \frac{9}{100} =$	$250 \times \frac{8}{100} =$
$3 \times \frac{8}{6} =$	$\frac{2 \times 15}{6} =$
$5 \times \frac{8}{64} =$	$25 \times \frac{18}{45} =$
$\frac{21}{69} \times 23 =$	$\frac{121 \times 18}{99} =$

Remarque : Il est possible parfois de simplifier une fraction (cela diminue les nombres et donc facilite les calculs).

b) Le produit $\frac{3}{4} \times P$ vient souvent d'un énoncé du genre «la quantité Q représente les $\frac{3}{4}$ d'une quantité P ».

Dans ce cas, il faut calculer Q en faisant : $Q = \frac{3}{4} \times P$.

Calculer :

$Q_1 = \frac{5}{6}$ de 120 Km $Q_1 = \dots \dots \dots$ Km

$Q_2 = \frac{7}{9}$ de 45 € $Q_2 = \dots \dots \dots$ €

$Q_3 = \frac{5}{8}$ de 36 L $Q_3 = \dots \dots \dots$ L

$Q_4 = \frac{6}{15}$ de 180 g $Q_4 = \dots \dots \dots$ g

$Q_5 = \frac{2}{3}$ de 75 s. $Q_5 = \dots \dots \dots$ s

c) La fraction est parfois donnée en pourcentages (%), il faut alors utiliser une fraction dont le dénominateur est 100. Par exemple 45% de 2100 €, c'est $2100 \times \frac{45}{100} = \frac{2100}{100} \times 45 = 21 \times 45 = 945$ €.

Calculer :

$Q_6 = 30\%$ de 125 cm³ $Q_6 = \dots \dots \dots$ cm³

$Q_7 = 25\%$ de 360° $Q_7 = \dots \dots \dots$ °

$Q_8 = 60\%$ de 250 mm² $Q_8 = \dots \dots \dots$ mm²

$Q_9 = 15\%$ de 500 g $Q_9 = \dots \dots \dots$ g

$Q_{10} = 25\%$ de 28 bonbons $Q_{10} = \dots \dots \dots$ bonbons