

1. Diviseurs et multiples

a) Qu'est-ce qu'un nombre premier ? (1,5 point)

Un nombre entier positif qui n'a que deux diviseurs : 1 et lui-même.

b) Donner la liste des douze premiers nombres premiers : (2 points)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31	37

c) Décomposer 90 et 150 en produits de nombres premiers (2 points)

$$90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$$

$$150 = 2 \times 3 \times 5 \times 5$$

d) Donner la liste des diviseurs de 90 et de 150 (3 points)

Diviseurs de 90 : 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 6 ; 9 ; 10 ; 15 ; 18 ; 30 ; 45 ; 90

Diviseurs de 150 : 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 6 ; 10 ; 15 ; 25 ; 30 ; 50 ; 75 ; 150

Donner la liste des diviseurs communs à 90 et à 150 : 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 6 ; 10 ; 15 ; 30

Quel est le plus grand diviseur commun de 90 et 150 ? 30

e) (1,5 points, je n'ai pas compté faux l'oubli de 0 parmi les multiples)

Donner les six premiers multiples de 90 : [0 ;] 90 ; 180 ; 270 ; 360 ; 450 ; 540

Donner les trois premiers multiples de 150 : [0 ;] 150 ; 300 ; 450

Quel est le plus petit multiple commun de 90 et 150 ? 450

2. Questions diverses

a) (2 points)

Un garçon de café doit répartir 36 croissants et 24 pains au chocolat dans des corbeilles.

Chaque corbeille doit avoir le même contenu. Quelles sont les répartitions possibles ?

 $36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$ et $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$ d'où $\text{PGCD}(36;24) = 2 \times 2 \times 3 = 12$. En faisant 12 corbeilles contenant chacun $36 \div 12 = 3$ croissants et $24 \div 12 = 2$ pains au chocolat, le garçon de café aura réparti tous les croissants.

Mais il peut aussi répartir les croissants en utilisant un autre diviseur commun (un diviseur de 12) :

- faire 6 corbeilles contenant chacun $36 \div 6 = 6$ croissants et $24 \div 6 = 4$ pains au chocolat
- faire 4 corbeilles contenant chacun $36 \div 4 = 9$ croissants et $24 \div 4 = 6$ pains au chocolat
- faire 3 corbeilles contenant chacun $36 \div 3 = 12$ croissants et $24 \div 3 = 8$ pains au chocolat
- faire 2 corbeilles contenant chacun $36 \div 2 = 18$ croissants et $24 \div 2 = 12$ pains au chocolat
- faire 1 corbeille contenant 36 croissants et 24 pains au chocolat (je n'ai pas compté faux l'oubli de cette répartition qui n'en est pas vraiment une...)

b) (2 points)

Un bibliothécaire doit répartir 420 livres sur des étagères. Chaque étagère doit contenir le même nombre de livres. Est-ce possible avec 18 étagères ? Non Avec 21 étagères ? Oui (justifier vos réponses)

$$420 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7, 18 = 2 \times 3 \times 3 \text{ et } 21 = 3 \times 7.$$

- $420 \div 18 = 2 \times 5 \times 7 \div 3$ la division ne tombe pas juste ;
- $420 \div 21 = 2 \times 2 \times 5$ la division tombe juste.

c) Répondre sans justification : (2 points)

$$\text{PGCD}(12;5) = 1$$

$$\text{PPCM}(12;5) = 60$$

$$\text{PGCD}(10;20) = 10$$

$$\text{PPCM}(10;20) = 20$$

$$\text{PGCD}(80;100) = 20$$

$$\text{PPCM}(80;100) = 400$$

d) Répondre en donnant les décompositions en facteurs premiers des nombres concernés :

(2 points dont 0,5 pour chaque justification)

$$\text{PGCD}(12;15) = 3$$

$$\text{PPCM}(12;15) = 60$$

 $12 = 2 \times 2 \times 3$ et $15 = 3 \times 5$ donc $\text{PGCD}(12;15) = 3$ et $\text{PPCM}(12;15) = 12 \times 5$ (ou $2 \times 2 \times 15$)

$$\text{PGCD}(200;300) = 100$$

$$\text{PPCM}(200;300) = 600$$

$$200 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \text{ et } 300 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5$$

donc $\text{PGCD}(200;300) = 2 \times 2 \times 5 \times 5$ et $\text{PPCM}(200;300) = 200 \times 3$ (ou 300×2)

e) Applications : (2 points)

- calcule $\frac{1}{12} + \frac{1}{15} = \frac{1 \times 5}{12 \times 5} + \frac{1 \times 4}{15 \times 4} = \frac{5}{60} + \frac{4}{60} = \frac{9}{60}$
- simplifier $\frac{12}{15} = \frac{12 \div 3}{15 \div 3} = \frac{4}{5}$
- Avec des dalles entières carrées de 40 cm de côté, peut-on carreler entièrement un mur de 200 cm sur 300 cm ? **NON**, 40 divise bien 200 mais il ne divise pas 300 ($300=40 \times 7 + 20$).
- Combien mesurent au maximum le côté de dalles carrées qui permettent de carreler entièrement ce mur ? Ces dalles mesurent 100 de côtés (le PGCD(200;300)), il en faut seulement 6 de cette taille.

BONUS (1,5pt)

Si on lance le programme Scratch en donnant A=20 et B=6, que va t-il donner :

pour truc : $20=6 \times 3 + 2$ donc 20 modulo 6 vaut 2

pour bidule : $\frac{20-2}{6} = \frac{18}{6} = 3$ donc $\frac{A-C}{B}$ vaut 3 Quel terme

mathématique remplacerait truc ? : truc est le **reste** de la division euclidienne (tandis que bidule est le **quotient** de la division euclidienne).

