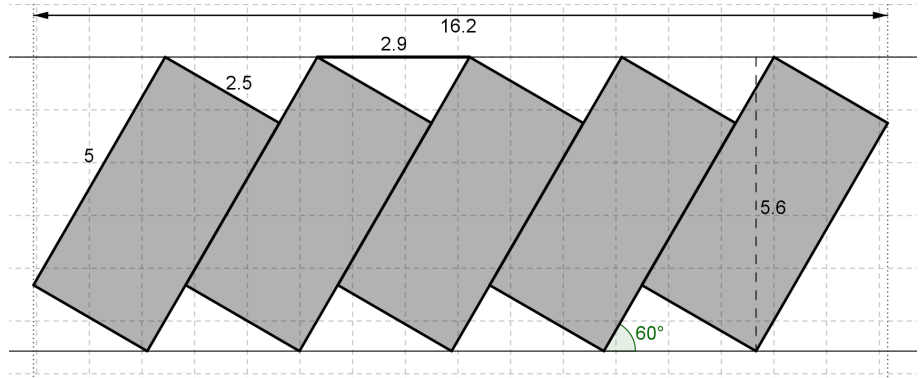


Choisir parmi les 2 exercices de construction et de réflexion suivants, un seul exercice que l'on traitera avec soin, de façon détaillée, et sans aide extérieure. On peut se passer d'un outil de type GeoGebra mais c'est plus difficile alors. Mieux vaut, pour ceux qui le souhaitent, traiter un autre sujet, celui donné dans le livre.

1) Parkings de rectangles

On veut construire un parking en épi, avec des places qui font un certain angle avec la direction d'arrivée des voitures. Les places de parking seront des rectangles de 5 m sur 2,5 m. On cherche à connaître la longueur totale L d'un parking accueillant 5 voitures rangées en épi, la longueur l d'un emplacement additionnel pour un véhicule supplémentaire, la largeur h du parking et l'angle α de l'épi. Sur notre illustration on a $L=16,2$ m, $l=2,9$ m, $h=5,6$ m et $\alpha=60^\circ$. Répondre aux questions suivantes après avoir fait la figure correspondante (sur GeoGebra, une seule construction suffit pour les 4 questions. On déplace juste un point pour ajuster la mesure qui est donnée et on mesure les autres).



a) Quelles sont les caractéristiques (l , h et α) d'un parking pour lequel $L=20$ m ?

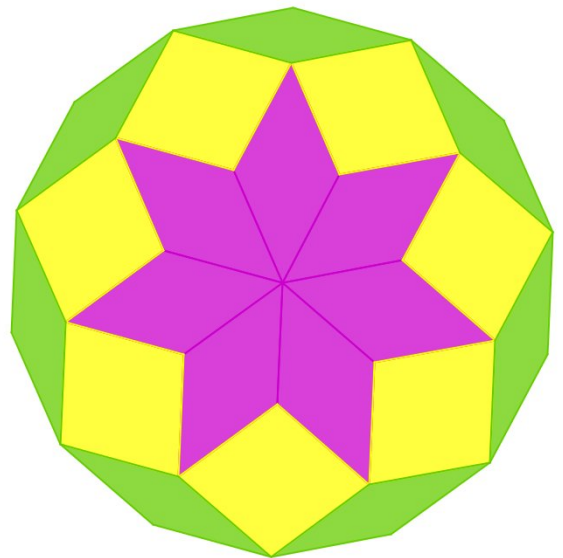
b) Quelles sont les caractéristiques (L , h et α) d'un parking pour lequel $l=2,7$ m ?

c) Quelles sont les caractéristiques (L , l et α) d'un parking pour lequel $h=6$ m ?

d) Quelles sont les caractéristiques (L , l et h) d'un parking pour lequel $\alpha=75^\circ$?

2) Étoiles de losanges

L'étoile à 7 branches ci-contre au centre, est constituée de 7 losanges superposables (identiques) qui sont disposés autour d'un sommet commun. On peut disposer, dans les creux entre les branches de cette étoile, 7 nouveaux losanges qui vont combler les creux et en créer de nouveaux (voir 2^{ème} figure). Une 3^{ème} série de 7 losanges peut encore être ajoutée de la même manière, pour combler les creux restants. Après cette 3^{ème} série, le contour de la figure est convexe : il n'y a plus de creux à combler. Le programme s'arrête alors.

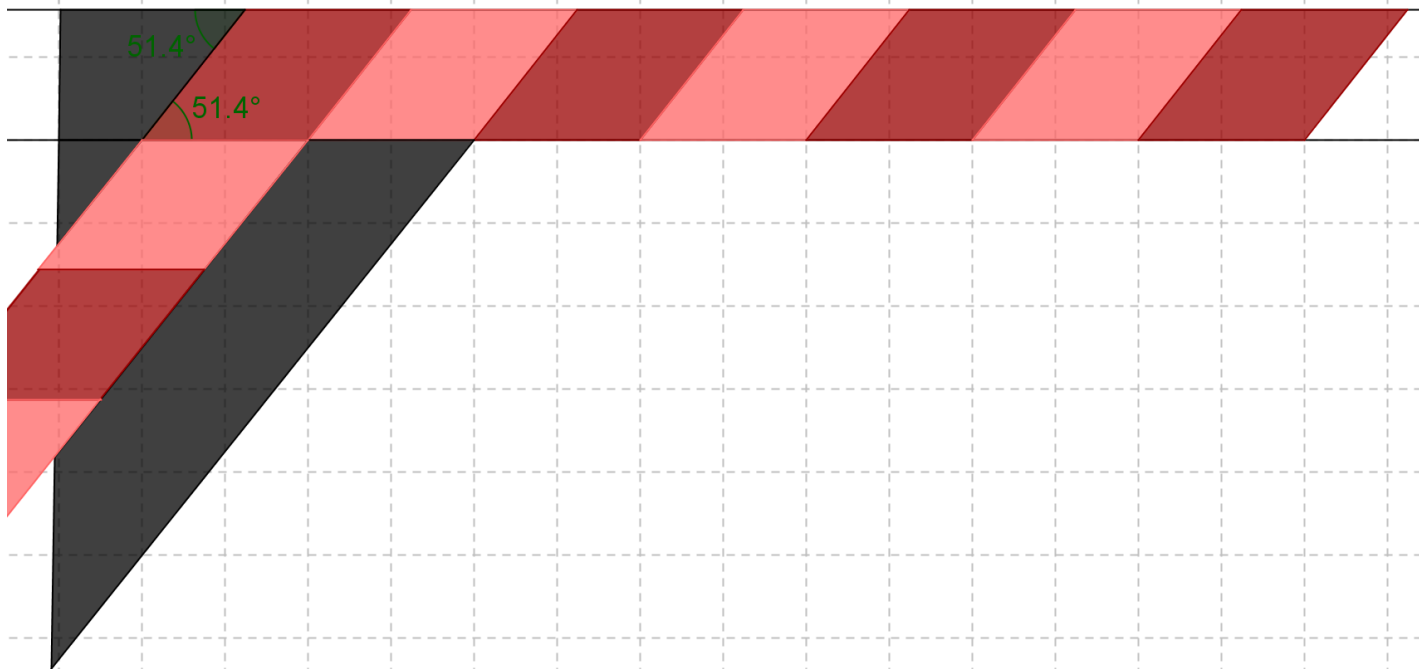


a) Ce que nous avons fait pour une étoile à 7 branches, on demande de le faire pour des étoiles à 3, 4, 5, 6, 8, 9 et 10 branches. Vous pouvez utiliser des outils de GeoGebra tels que "Polygone régulier", ou "Tracer un angle de mesure donnée" (pour l'étoile à 7 branches l'angle mesure $(360/7)^\circ$) ou encore l'outil « Rotation » (on indique un objet, le centre et l'angle. Ici l'objet peut être un losange, le centre est le centre de l'étoile, et l'angle est encore $(360/7)^\circ$). Vous pouvez colorier les étoiles obtenues comme bon vous semble, mais pensez que les couleurs doivent apporter de la beauté, souligner des symétries. Choisir comment colorier une étoile, c'est répondre en même temps à un soucis esthétique et logique. Vous pouvez aussi dessiner les figures sans l'aide de GeoGebra. Il sera alors peut-être utile de découper des losanges et de les assembler comme un puzzle, ou bien d'en découper un de chaque sorte et d'en dessiner le contour autant qu'il le faut pour tracer les étoiles.

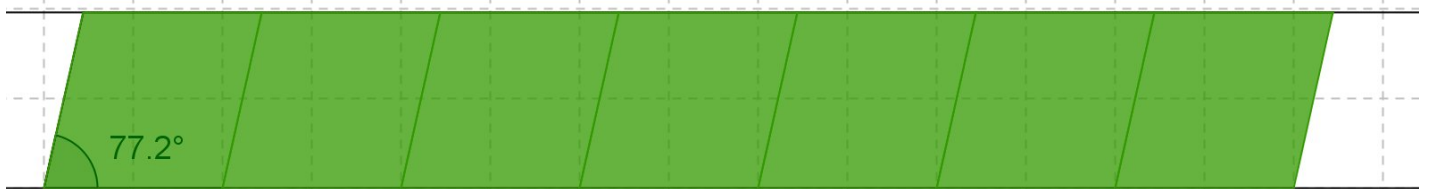
b) Certaines étoiles n'ont qu'une seule série de losanges, on les dira des 1-étoiles. D'autres sont constituées de 2 séries de losanges, on les dira des 2-étoiles. D'autres encore, comme celle à 7 branches sont des 3-étoiles (3 séries de losanges pour arriver à la forme convexe). D'autres enfin sont des 4-étoiles (4 séries de losanges pour arriver à la forme convexe). Classer les étoiles obtenues selon ce critère (1-étoiles, 2-étoiles, 3-étoiles, 4-étoiles). A partir de combien de branches, à votre avis, obtiendra-t-on une 5-étoile ? Existe-t-il, selon vous, une règle qui permettra de savoir à l'avance le type de a -étoile que l'on va obtenir avec un certain nombre b de branches ?

c) Décrire chacune des étoiles : nombres de losanges de chaque sorte, angles des différents losanges, longueurs des diagonales (on prendra des losanges de côté égal à 1) des différents losanges, rayon du cercle circonscrit à la forme convexe qui enveloppe l'étoile.

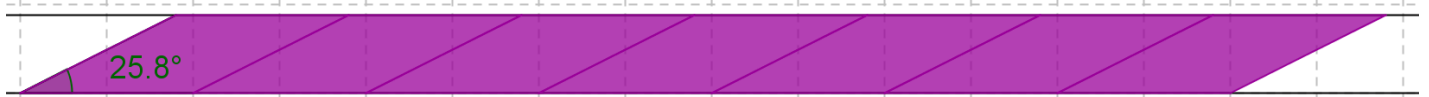
Aide 1 : pour ce devoir, on pourra avoir besoin de découper, dans un carton léger (carte Bristol, papier Canson), des séries de losanges identiques (exercice 2) ou de rectangles identiques (exercice 1). On a l'habitude de découper des rectangles, mais le découpage de losanges est tout aussi aisé. Il suffit de disposer d'un gabarit pour l'angle, et d'avoir au préalable réalisé une bande de carton de la largeur voulue (en reportant la même longueur dans les deux directions). Le découpage se fait alors au cutter et à la règle (règle métallique de préférence, pour ne pas découper la règle). Attention aux doigts! Voici une illustration pour le découpage des 7 losanges intérieurs de la 3-étoile. L'angle de $51,4^\circ$ est obtenu en divisant 360° par 7.



Pour le découpage des 7 losanges de la série suivante de la 3-étoile, il faut calculer l'angle. Un simple calcul permet de trouver l'autre angle des premiers losanges : $180 - 51,4 = 128,6$. On en déduit le plus grand angle des losanges de la 2^{ème} série : $360 - 2 \times 128,6 = 102,8^\circ$; et donc le plus petit de cette série : $180 - 102,8 = 77,2^\circ$.

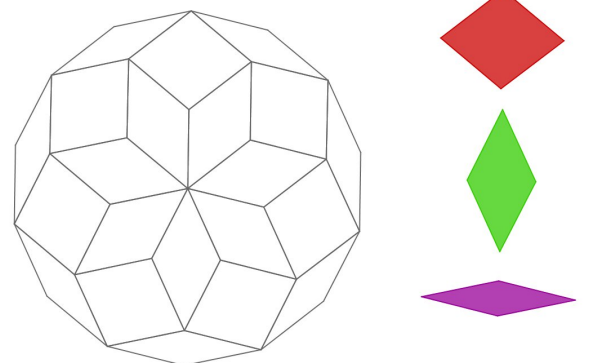


Pour le découpage des 7 losanges de la dernière série de la 3-étoile, on fait pareil. Le plus grand angle des losanges de la 3^{ème} série : $360 - 2 \times 77,2 - 51,4 = 154,2^\circ$ (vous remarquerez qu'il faut tenir compte de la disposition des losanges dans la 3-étoile, cette disposition est donnée par la figure de l'étoile, même au brouillon, mal dessinée mais correctement pensée) ; et donc le plus petit de cette série : $180 - 154,2 = 25,8^\circ$.



Aide 2 : il est possible de se servir d'un seul losange, découpé dans un carton léger, et de tracer simplement les losanges identiques, en se servant du losange en carton comme d'un gabarit. On obtient facilement alors l'étoile voulue qu'il ne reste plus qu'à colorier.

Voici par exemple, les 3 gabarits de losanges qui permettent de dessiner la 3-étoile à 7 branches. Bien sûr, il faut étudier au préalable les angles de ces losanges comme il a été montré dans l'aide 1.



Chacun trouvera la méthode qui lui convient le mieux, selon la précision cherchée, les matériaux et les aptitudes disponibles.

