Classe de 4ème	Chapitre 5 : Proportionnalité

1) Les situations de proportionnalité

a) Définition

Une situation est dite de proportionnalité lorsque deux grandeurs (deux séries de nombres) sont reliées par un même coefficient multiplicateur (appelé coefficient de proportionnalité).

Exemple : Conversion de longueurs
Les longueurs en *cm* et les longueurs en *inches* (*in*, pouces) sont reliées par un coefficient multiplicateur.
En effet, sachant que 1 *in* = 2,54 *cm*, on en déduit que pour passer d'une longueur en pouces à une longueur en *cm*, il faut multiplier par 2,54. Dans l'autre sens, il faut diviser par 2,54.
Illustrons cette situation par le tableau de proportionnalité suivant :

Longueur (en *in*)	1	2	10	$1 \div 2{,}54 \approx 0{,}3937$	$\approx 3{,}937$
Longueur (en *cm*)	2,54	5,08	25,4	1	10

Remarque :
Dans une situation de proportionnalité, le coefficient peut être obtenu par un quotient.
Pour passer de a à b, il faut multiplier par le coefficient $\frac{b}{a}$.
En effet, en supposant que $a \neq 0$, si $a \times x = b$ alors on doit avoir $x = \frac{b}{a}$ car $a \times \frac{b}{a} = \frac{a \times b}{a} = b$.
Cela nous donne un moyen de contrôler qu'une situation est bien une situation de proportionnalité :
il suffit de vérifier que les coefficients obtenus en effectuant ces quotients sont égaux
Dans l'exemple précédent, on a $\frac{2{,}54}{1} = \frac{5{,}08}{2} = \frac{25{,}4}{10} = \ldots$ (je ne mets pas les valeurs approchées calculées)

Propriété caractéristique n°1 (elle peut servir de définition) :
Dans une situation de proportionnalité, les quotients des grandeurs qui se correspondent sont égaux.

Cas où l'égalité des rapports n'est pas exactement vérifiée :
Un automobiliste a noté les distances parcourues (en *km*) et le volume d'essence qu'il a utilisé pour les parcourir (en *L*). Si on calcule les coefficients multiplicatifs qui permettent de passer de *V* (les Volumes d'essence) à *D* (les Distances parcourues), on s'aperçoit qu'ils ne sont **pas exactement égaux** et donc, que la situation **n'est pas** une situation de proportionnalité.

D=Distances (*km*)	570	620	350
V=Volumes d'essence (*L*)	40	44	24
Coefficient $\frac{D}{V}$	14,25	14,0909...	14,5833...

Cependant, les nombres obtenus sont assez proches les uns des autres, et on peut estimer que la consommation d'essence est globalement proportionnelle à la distance parcourue. Les variations dépendent de multiples facteurs : style de conduite (sportive ou relax), type de route (ville ou autoroute), force et direction du vent, etc.

Intérêt : La situation de proportionnalité est un *modèle* mathématique qui permet de prévoir des résultats.

Supposons que la consommation d'essence d'une automobile soit proportionnelle à la distance parcourue.
Cela permet d'estimer des consommations (*V*) connaissant les distances (*D*) ou le contraire (estimer *D* connaissant *V*). On peut compléter le tableau de proportionnalité avec le coefficient calculé sur une valeur.
Exemple : La nouvelle Renault Clio TCe 100 a une consommation moyenne de 3,7 L/100 km. En se basant sur ce résultat, on peut prévoir, grâce à la proportionnalité supposée, une grandeur connaissant l'autre

D=Distances (*km*)	100	620	$40 \times \frac{100}{3{,}7} \approx 1081$
V=Volumes d'essence (*L*)	3,7	$620 \div \frac{100}{3{,}7} = 620 \times \frac{3{,}7}{100} \approx 22{,}94$	40
Coefficient $\frac{D}{V}$	$\frac{100}{3{,}7} \approx 27{,}03$	$\frac{100}{3{,}7} \approx 27{,}03$	$\frac{100}{3{,}7} \approx 27{,}03$

Pour un voyage de 620 *km*, il faudra environ 22,94 *L* d'essence.
Avec un plein de 40 *L*, on peut parcourir 1081 *km* environ.

b) Le passage par l'unité

Cette méthode permet de calculer une 4ème proportionnelle en effectuant une étape intermédiaire (le passage à l'unité) qui vise à déterminer le coefficient de proportionnalité.

Supposons que nous connaissions déjà trois nombres a, b et c et que nous voulions calculer d, le 4ème nombre d'une situation de proportionnalité entre les séries (a, c) et (b, d).
Etape 1 : en divisant le 2ème nombre par le 1er on obtient le coefficient de proportionnalité.
Etape 2 : on applique ce coefficient de proportionnalité au nombre c.

Grandeur 1	a	1	c
Grandeur 2	b	*Coefficient :* **$b \div a$**	*Application du coefficient :* **$d = (b \div a) \times c$**

Exemple :
10 poules ont pondu 15 œufs en 3 jours, combien vont-elles en pondre en 5 jours ?
La méthode employée utilise naturellement le passage à l'unité (elles pondent 5 œufs en 1 jour).
Pour 5 jours, elles pondront donc $5 \times 5 = 25$ œufs (en supposant qu'il y a proportionnalité).

Nombre de jours	*3*	1	*5*
Nombre d'oeufs	*15*	*Coefficient :* ***15÷3=5***	*Application du coefficient :* ***5×5=25***

Remarque : le nombre de poules (ici 10) n'a pas d'importance dans cette situation...
...mais attention à des questions comme celle-là :
Si 10 poules ont pondu 15 œufs en 3 jours, combien vont pondre d'œufs 20 poules en 6 jours ?
En doublant à la fois le nombre de poules et le nombre de jours, la ponte sera multipliée par 2×2=4 :
10 poules en 6 jours pondent 30 œufs et donc 20 poules en pondront 60.

c) Les produits en croix

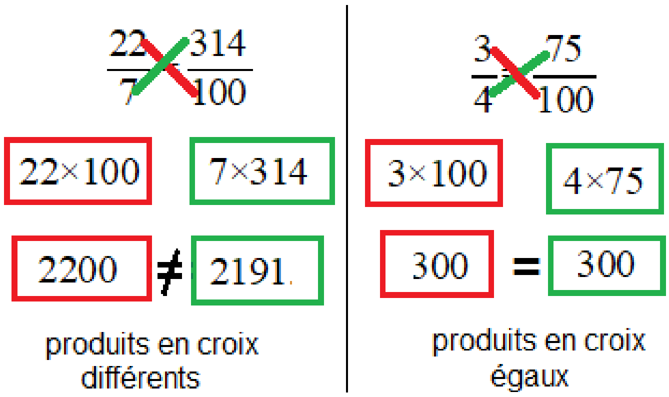
Rappelons que l'égalité de deux fractions s'écrit $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

En mettant ces fractions au même dénominateur, leur égalité s'écrit $\frac{a\,d}{b\,d} = \frac{c\,b}{b\,d}$.

Il faut donc avoir $a\,d = b\,c$ pour que $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

Comparer les produits croisés des numérateurs et des dénominateurs, $a\,d$ et $b\,c$, permet de déterminer si deux quotients sont égaux. Ce résultat est connu depuis Euclide (300 avant J.-C.) sous le nom d'égalité du produit des extrêmes et du produit des moyens (dans une lecture de gauche à droite et de haut en bas). En France, on parle de *produit en croix* (voir l'illustration pour le dessin de la croix).

Exemple :
A t-on $\frac{22}{7} = \frac{314}{100}$?
On compare 22×100 et 7×314, c'est à dire 2200 et 2191. Comme $2200 \neq 2191$ on a $\frac{22}{7} \neq \frac{314}{100}$.
A t-on $\frac{3}{4} = \frac{75}{100}$?
Comme $3 \times 100 = 300$ et $4 \times 75 = 300$, on a l'égalité des produits en croix : $3 \times 100 = 4 \times 75$ et donc $\frac{3}{4} = \frac{75}{100}$.



Cette égalité des produits en croix se rencontre dans la proportionnalité (les quotients des grandeurs qui se correspondent sont égaux). On en tire une méthode pour calculer un nombre connaissant les trois autres.

Si on divise l'égalité des produits en croix $a\,d = b\,c$ par $a \neq 0$, on obtient $d = \frac{b\,c}{a}$.

Cette dernière égalité permet de calculer d connaissant a, b et c.
D'une façon générale, les nombres a, b, c et d étant non nuls,

Propriété :
Si les nombres a, b, c et d sont non nuls, les six égalités suivantes sont équivalentes :

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \;;\; a\times d=b\times c \;;\; a=\frac{b\times c}{d} \;;\; b=\frac{a\times d}{c} \;;\; c=\frac{a\times d}{b} \;;\; d=\frac{b\times c}{a}$$

Application :
Dans une situation de proportionnalité, on peut effectuer le calcul d'une 4ème proportionnelle sans se préoccuper du « passage à l'unité » ou du coefficient de proportionnalité.

Grandeur 1	123	$?=\frac{123\times 789}{456}$	789
Grandeur 2	456	789	$?=\frac{456\times 789}{123}$

Remarquons tout de même qu'il ne s'agit ici que d'obtenir plus facilement (sans réfléchir) un résultat que l'on sait obtenir par d'autres méthodes. Les méthodes diffèrent mais il s'agit toujours d'une même propriété.

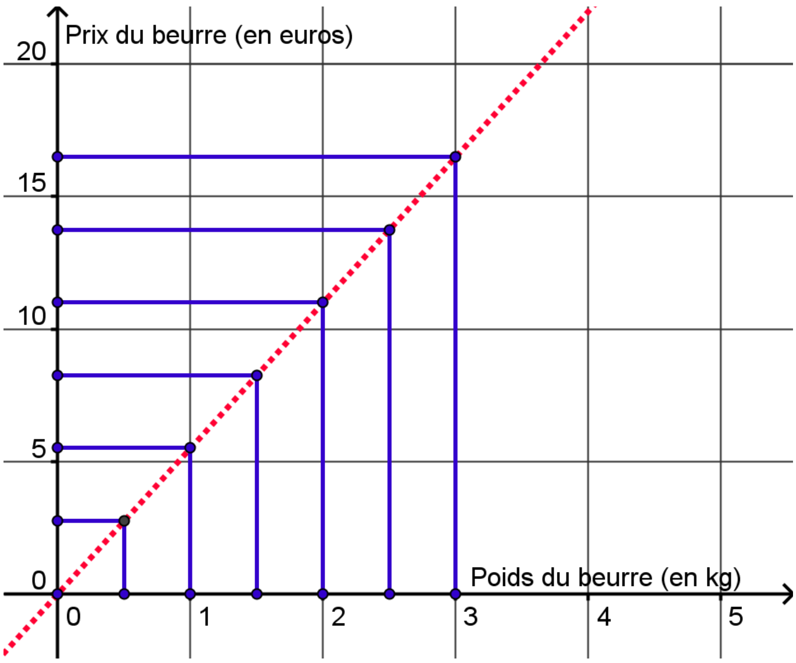
d) Représentation graphique

Plaçons dans un graphique les points correspondant au tableau de données :
On représente le couple de nombres (grandeur 1 ; grandeur 2) par le point de coordonnées (x ;y).
L'abscisse x du point correspond à la grandeur 1, l'ordonnée y à la grandeur 2 (l'inverse est possible).

Exemple :
Au marché, le prix du beurre est proportionnel à sa masse (et réciproquement), le coefficient de proportionnalité étant le *prix du kilo* de beurre. Notons x le prix du beurre et y la masse de beurre achetée (le poids dirait-on), le couple de nombres (x ;y) correspondant à une colonne du tableau de proportionnalité sera représenté par un point dans le graphique.
Prenons l'exemple d'un beurre coutant 5,5€/kg.

Prix du beurre (en euros)	5,5	11	2,75	8,25	13,75	1
Poids du beurre (en kg)	1	2	0,5	1,5	2,5	?

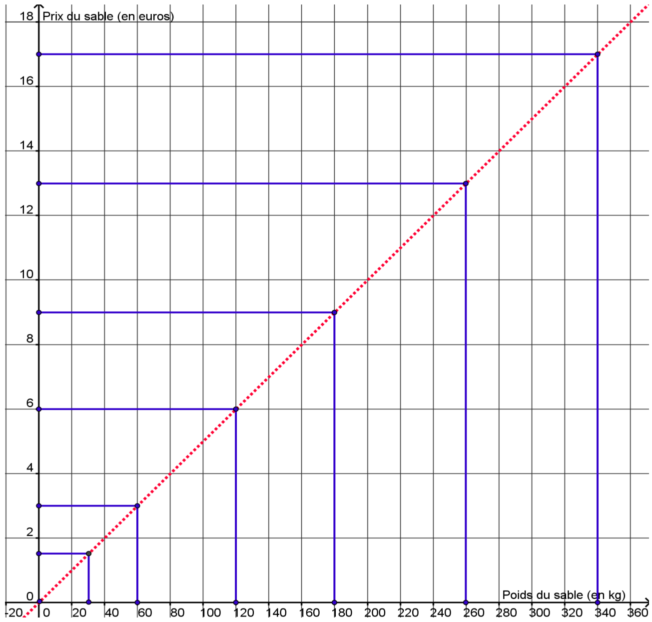
Lorsqu'on place les points du tableau dans le graphique, on s'aperçoit que **les points sont alignés** et que **la droite** (tracée en rouge) **passe par l'origine** (le point de coordonnées (0;0). Cette propriété ne dépend pas de la situation choisie, c'est une *propriété caractéristique des situations de proportionnalités*.



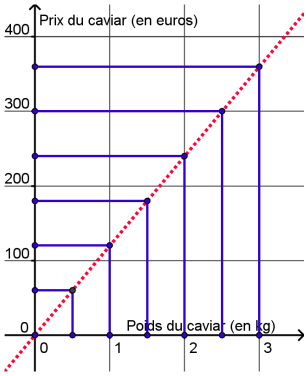
Toutes les situations de proportionnalités possèdent cette propriété, et si une situation possède cette propriété alors c'est une situation de proportionnalité.

<u>Propriété caractéristique n°2</u> : Les points représentant une situation de proportionnalité sont alignés sur une droite qui passe par l'origine.

D'autres situations de proportionnalités seront représentées par d'autres droites, mais toutes passent par l'origine. Cela s'explique simplement : lorsque la grandeur 1 est nulle, la grandeur 2 l'est aussi, forcément (sinon ce n'est pas une situation de proportionnalité).

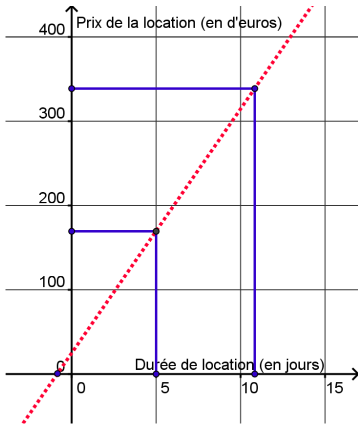


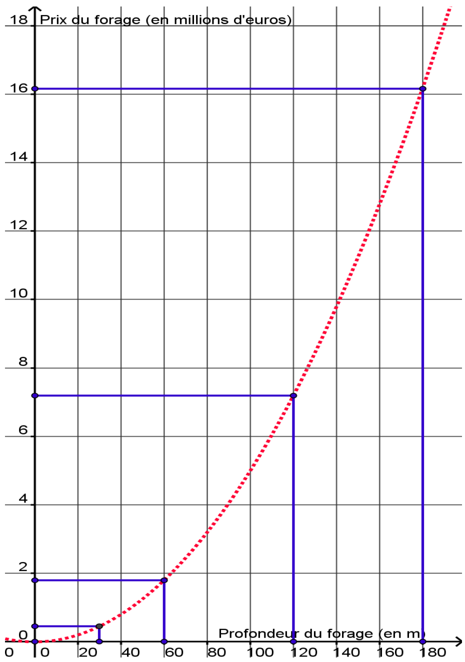
Nous avons ainsi représenté des situations similaires : prix du beurre, du caviar ou du sable, selon leurs poids (des matières dont les prix au kg sont très différents)
Elles sont toutes modélisées par une droite passant par l'origine du repère.



Par contre, des situations représentées par une droite ne passant pas par l'origine, ou par une courbe qui n'est pas droite (que cette courbe passe ou non par l'origine n'a pas d'importance), ne sont pas des situations de proportionnalité.

<u>Exemple1</u> : le prix de la location d'un véhicule n'est pas proportionnel à la durée de la location s'il y a des frais d'enregistrements forfaitaires.
Ces frais sont fixes et facturés même si la location est de très courte durée.
Ici, les frais d'enregistrements sont de 25€ et la location coute 29 €/jour.
La situation est représentée par une <u>droite qui ne passe pas par l'origine.</u>
Lorsque x=0 on paie le forfait de 25€ :
la droite passe donc par le point de coordonnées (0 ; 25).
Cette situation n'est pas une situation de proportionnalité.





<u>Exemple2</u> :
le prix d'un forage (trou vertical dans la terre pour faire un puits) augmente d'une façon non proportionnelle à sa profondeur car les moyens mis en œuvre sont différents à grande profondeur (technologie différente).
J'ai représenté ce prix pour des profondeurs allant de 0 m à 180 m.
La courbe a été extrapolée à partir de ces quelques données dont on disposait :

profondeur(m)	0	30	60	120	180
Coût (M€)	0	0,45	1,8	7,2	16,2

La courbe n'est pas une droite, et même si elle passe par l'origine, ce n'est pas une situation de proportionnalité.

e) Combinaisons

Propriété 1 : Dans un tableau de proportionnalité, on peut multiplier les deux nombres d'une colonne par un même nombre (noté k ici).

Grandeur 1	a	$2a$	$3a$	$k\times a$
Grandeur 2	b	$2b$	$3b$	$k\times b$

Cette propriété est celle des quotients : $\frac{a}{b}=\frac{a\,k}{b\,k}$

On l'utilise notamment pour simplifier une fraction ou pour mettre au même dénominateur deux fractions.

Propriété 2 : Dans un tableau de proportionnalité, on peut ajouter deux colonnes.

Grandeur 1	a	c	$a+c$	$k\times a+k'\times c$
Grandeur 2	b	d	$b+d$	$k\times b+k'\times d$

Est-ce encore une propriété des quotients ? Si $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=k$, alors a t-on toujours $\frac{a+c}{b+d}=k$?

Oui, car si $a=b\,k$ et $c=d\,k$, alors $a+c=b\,k+d\,k=(b+d)\,k$, d'où en divisant par k : $\frac{a+c}{b+d}=k$

C'est une conséquence de la distributivité de la multiplication sur l'addition.

Utilisation :

Ces propriétés peuvent servir à compléter un tableau de proportionnalité sans effectuer trop de calculs :

	A	*2A=B*	*3A=A+B=C*	*10A=D*	*0,1C=E*	*D+E=F*	*B+F=G*	*0,01G=H*
Grandeur 1	1	2	3	10	0,3	10,3	12,3	0,123
Grandeur 2	25	50	75	250	7,5	257,5	307,5	3,075

Utilisation conjointe des deux propriétés :

Dans la dernière colonne du tableau de la propriété 2, j'ai associé celle-ci avec la propriété 1 pour faire une combinaison de deux colonnes (les coefficients k et k' sont quelconques).

Exemple :

Pour reprendre notre exemple sur des poules pondant 15 œufs en 3 jours :

Elles pondent 30 œufs en 6 jours (k=2) et 45 œufs en 9 jours (k'=3) donc 30+45=75 œufs en 6+9 jours.

Elles pondent 5 œufs en 1 jour (k=1/3) et donc 45+5=50 œufs en 9+1=10 jours.

2) Applications

a) Pourcentages

Calculer un pourcentage s'est chercher une $4^{\text{ème}}$ proportionnelle.

Par exemple, dans une population de 125 000 personnes, il y a 43 000 personnes qui parlent la langue A. Cela représente quel pourcentage ?

Population totale	125000	100
Parlant la langue A	43000	?

Le nombre cherché (le taux du pourcentage) est égal à 100×43 000÷125 000=34,4.

Il y a donc 34,4% de la population qui parle la langue A.

On pourrait donner d'autres fractions pour indiquer cette proportion, par exemple on pourrait dire qu'il y a 344 personnes sur 1000 qui parlent la langue A ou bien 172 sur 500.

b) Échelles des cartes

Sur une carte géographique ou un plan, on représente la réalité en appliquant un coefficient de proportionnalité inférieur à 1 et appelé l'échelle de la carte (notée e).

On dit, dans ce cas, que la carte est une *réduction* de la réalité de coefficient e.

L'échelle est souvent donnée sous la forme d'une fraction dont le numérateur est 1.

Par exemple, une carte au $1/25000^{\text{ème}}$ est une réduction de coefficient $\frac{1}{25000}=0{,}00004$.

Cela signifie que 1 *cm* sur la carte représente 25 000 *cm* dans la réalité, soit 250 *m* ou 0,25 *km*.

Longueur réelle	25000	?	?	1	1250
Longueur sur la carte	1	1,2	25	?	?

Pour une longueur réelle de 1 *km*, la longueur sur la carte sera de 0,00004 *km* (valeur décimale de l'échelle), soit 0,04 *m* ou encore 4 *cm*.
Ce qui a été dit dans le cas général est applicable ici.
Les nombres cherchés dans le tableau sont des 4ème proportionnelles.
Par exemple, 1,2 *cm* sur la carte représente 1,2×25000=30000 *cm* = 300 *m* dans la réalité.
1250 *m* dans la réalité sont représentés par 1250×1÷25000=0,05 *m* = 5 *cm* sur la carte.

Remarque :
Certaines représentation sont des *agrandissements* de la réalité.
Par exemple, une photo prise au microscope ou encore le plan d'un composant électronique.
Dans ce cas, on parlera aussi d'échelle, mais cette fois l'échelle sera supérieure à 1, et donc on ne l'exprimera pas sous la forme d'une fraction de dénominateur 1, mais sous la forme d'un entier.
On dira que la photo d'un organisme est à l'échelle 200 (on peut dire aussi 200:1) si 1 *mm* dans la réalité est représenté par 200 *mm* (20 *cm*) sur la photo de l'organisme.

c) Vitesse moyenne

Un cycliste parcourt 25 *km* en 1*h*30. Quelle a été sa vitesse ?
La vitesse dont il est question ici est la vitesse moyenne, le rapport entre le nombre de kilomètres parcourus et la durée du parcours. Dans ma mesure où cette vitesse ne change pas pendant le temps du parcours, il s'agit d'une question de proportionnalité comme nous le voyons dans le tableau :

Distance parcourue (en *km*)	25	50	100	1	50÷3≈16,66...
Durée du parcours (en *h*)	1,5	3	6	0,06	1

La vitesse v ne peut pas rester inchangée pendant le temps du parcours car elle doit bien augmenter au démarrage et diminuer au freinage final. La proportionnalité n'est donc qu'un *modèle* approximatif, une *hypothèse de calcul* qui permet d'estimer les grandeurs t : temps du parcours et d : distance parcourue, dont le rapport $\frac{d}{t}$ est supposé constant.

La relation de proportionnalité s'exprime par les égalités $\frac{d_1}{t_1}=\frac{d_2}{t_2}= \ldots =v$ et se résume par la formule $\frac{d}{t}=v$.
Cette formule conduit à deux autres égalités que l'on obtient équivalentes.

Parcours à la vitesse constante v : la distance parcourue d est proportionnelle à la durée t du parcours. Les relations suivantes sont équivalentes et expriment cette proportionnalité : $\frac{d}{t}=v$; $d=v\times t$; $t=\frac{d}{v}$

<u>*Exemple*</u> :
En combien de temps, un avion volant à la vitesse[1] du son (300 *m/s*) traverse t-il la France du Nord au Sud (environ 1000 *km*)?
On utilise la formule $t=\frac{d}{v}$ avec des unités qui soient compatibles.
d = 1000 *km* = 1 000 000 *m* et v = 300 *m/s*.
On a donc $t=\frac{1000000}{300}\approx 3333$ *s*, soit $t\approx 3333\div 60=55{,}55$ *min*.
55 *min* faisant 55×60 = 3300 *s*, il s'agit de 55 *min* et 33 *s*.
Autant de précision n'est pas nécessaire ici car d et v ne sont connus qu'avec un seul chiffre significatif.

Remarque :
L'unité qui sert à exprimer la vitesse dépend des unités qui servent à exprimer les distances et les durées, mais il est toujours possible de modifier les unités, à condition de respecter l'homogénéité des unités pour les différentes grandeurs : les durées peuvent être en heures (*h*), en secondes (*s*), en années (*a*), en siècles

1 En réalité le son parcourt dans l'air 343 m/s à 20°C et 331 m/s à 0°C, il va 3 fois plus vite dans l'eau et 10 fois plus vite dans la glace. Cette vitesse dépend donc du milieu que le son traverse mais pas de l'intensité ni de la hauteur du son.

ou en millisecondes ; les distances peuvent être en mètres (m) en nanomètres[2] (nm) ou en années-lumières[3]
Pour illustrer ceci, convertissons la vitesse du son (300 m/s) en km/h :
Comme il s'agit encore de proportionnalité, dressons un tableau.

Distance parcourue	300 m	$300\times3600=1\,080\,000\ m = 1080\ km$
Durée du parcours	1 s	3600 s $= 1h$

Ainsi 300 m/s équivaut à 1080 km/h.

Convertissons cette vitesse en pieds[4] par secondes (ft/s):

Distance parcourue	300 m	1 m	$1\ cm = 1\div100\ m$	$1\ ft = 30{,}48\ cm$	$30000 \div 30{,}48\ ft \approx 984\ ft$
Durée du parcours	1 s	$1\div300\ s$	$1 \div 30000\ s$	$30{,}48 \div 30000\ s$	1 s

Pour cette dernière conversion, en fait, il s'agit de convertir 300 m en pieds (ft).

On aurait pu faire autrement : $1\ ft = 30{,}48\ cm = 0{,}3048\ m$ et donc $300\ m = \dfrac{300}{0{,}3048}\ ft \approx 984\ ft$

Ainsi 300 m/s équivaut à 984 ft/s.

d) Change monétaire

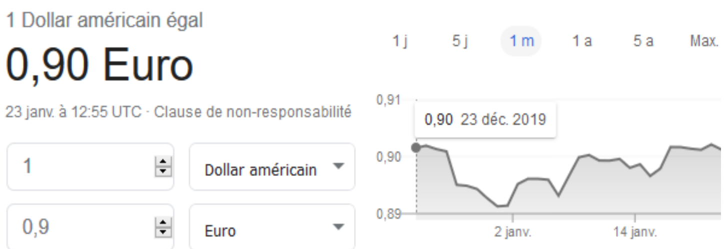
►*dollar/euro* :

Un dollar valant 0,90 euros, combien de dollars font 100 euros ?

100 euros, c'est $\dfrac{100}{0{,}90}$ dollars, soit environ 111,11 dollars.

Pour obtenir ce résultat, on calcule le coefficient multiplicateur à appliquer à 0,9 pour trouver 100. Comme on doit avoir $0{,}9\times c=100$ on en déduit que $c=100\div0{,}9$.

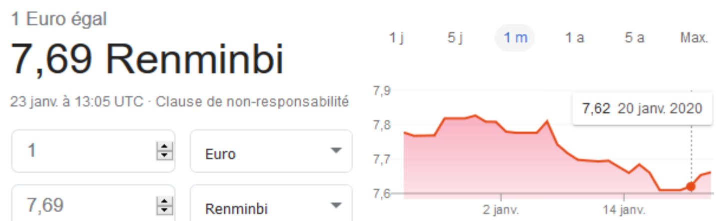
Le plus sûr est de dresser un mini-tableau de proportionnalité et de déterminer la valeur à l'aide du produit en croix : $x=\dfrac{1\times100}{0{,}90}$



dollars	1	$x=$?
euros	0,9	100

►*yuan/euro* :

Un euro vaut 7,69 yuans[5].



Combien vaut le billet de 100 yuans ci-contre ?
Il vaut $100\div7{,}69$ euros, soit environ 13 euros.

Combien va me couter cette écharpe en soie achetée à l'aéroport ?
$3{,}10\div7{,}69 \approx 0{,}40$ euros. Pas cher, j'achète !

Une petite annonce trouvée ce jour sur internet :
« *Recherche un enseignant du français à Shenyang. La rémunération sera de 8000 rmb/mois après les taxes (logement gratuit et quelques autres avantages)* ».
Combien cela fait-il en euros/mois ? $8000\div7{,}69$ euros, environ 1040 euros. C'est peu...
Pour répondre à ces questions, une méthode simple et efficace qui évite les erreurs :
le tableau de proportionnalité et les produits en croix qui conviennent :

yuans	7,69	100	3,1	8000	...
euros	1	$x=$?	$y=$?	$z=$?	...

2 nano- est un préfixe pour indiquer le milliardième ($\times10^{-9}$) comme micro- indique le millionième ($\times10^{-6}$) ou milli- le millième ($\times10^{-3}$). Liste des préfixes usuels dans l'ordre : pico, nano, micro, milli, centi, déci, déca, hecto, kilo, Méga, Giga, Tera.

3 L'année lumière est la distance parcourue par la lumière en 1 an. Sachant que la lumière parcourt 300 000 km en 1 s et qu'il y a $365{,}25\times24\times3600$ s dans 1 an, cela nous donne l'équivalence 1a.l.$\approx 9{,}5\times10^{12}$ km (10 000 milliards de km).

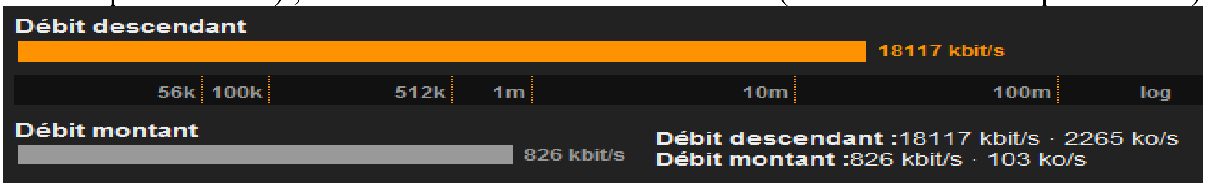
4 Le pied (*foot*) est une mesure anglaise de longueur qui vaut 30,48 cm. Autres mesures liées au pied : le pouce (*inch*) qui vaut 1/12 de pied et la verge (*yard*) qui vaut 3 pieds.

5 Le *yuan* est la monnaie de la Chine. Les chinois l'écrive 元 et le prononce « uên » ; cela s'abrège en CNY pour Chinese Yuan (le code internet de la Chine étant cn). On trouve aussi la désignation renminbi qui signifie monnaie du peuple.

e) Débit

On parle de débit lorsqu'il y a circulation d'une certaine matière et à un certain endroit.
Le débit mesure ainsi la vitesse de circulation de cette matière à cet endroit.

Il y a donc toutes sortes de débits : le débit de l'eau dans une rivière, dans une canalisation ou à un robinet (en L par secondes) ; le débit de l'information dans une connexion ADSL (internet) ou une connexion USB (en KiloOctets par secondes) ; le débit d'une traduction instantanée (en nombre de mots par minutes).



► *débit internet* :
Je viens par exemple d'effectuer un test de ma connexion internet qui me dit que j'ai 2265 ko/s de débit descendant (lorsque je télécharge un fichier de mon ordinateur vers un serveur distant) et 103 ko/s de débit montant (dans l'autre sens, lorsque je reçois un fichier de l'extérieur).

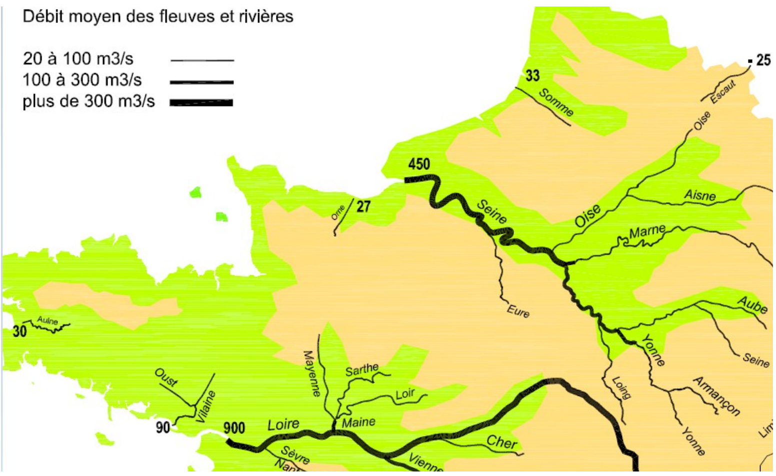
Quelle durée faut-il envisager pour envoyer ou recevoir un fichier de 50 Mo ?
2265 Ko c'est 2,265 Mo (1 K=1000 et 1 M=1000 K) et donc les 50 Mo seront envoyés en $50 \div 2,265 \approx 22$ s.
En réception c'est plus long : les 50 Mo seront reçus en $50 \div 0,103 \approx 485$ secondes soit 8 min 5 s.

► *débit d'aération* :
La Circulaire du 20 janvier 1983 fixe les débits minimaux du renouvellement d'air hygiénique par occupant dans les locaux d'enseignement (Classes, salles d'études, laboratoires...) : 25 m^3/h. Cela signifie qu'il faudrait amener 25 m^3 d'air frais par occupant pour 1 h de cours, donc $25 \times 35 = 875$ m^3 d'air frais pour une classe de 34 élèves et 1 enseignant. Cela permet de maintenir constante la teneur en oxygène de l'air des locaux, de limiter la concentration en CO_2 rejeté par la respiration et d'éliminer l'humidité et les odeurs...

► *débit des rivières* :
Le débit moyen de la Marne est de 110 m^3/s qui s'ajoutent au 218 m^3/s de la Seine à Alfortville (en amont de Paris) et ce, pour un bassin versant de 43 500 km².
Il y a donc 328 m^3/s d'eau qui passe sous les ponts de Paris.
Cela représente combien de litres par heures ?
1 L vaut 1 dm^3, 1000 L valent 1 m^3.
328 m^3 font donc 328 000 L et pendant 1 h il passe donc à Paris :

$$328\,000 \times 3600 = 1\,180\,800\,000 \text{ L}$$

(un peu plus d'un milliard de litres par heure).



f) Scores à un jeu

Marcel joue sur son téléphone en pilotant une Formule1 autour d'un circuit.
Selon le nombre de tours de ce circuit, il a noté la durée de sa course, et ses gains qui sont de deux sortes : points (réputation) et dollars (salaire). Pour pouvoir comparer les données entre elles, il n'a noté que les résultats des courses qu'il avait gagnées.

Nombre de tours	Durée	Points	Dollars
8	10:52:48	15 600	86 350
5	06:50:27	9 800	54 000
3	04:14:18	5 900	32 400

Il se demande si les gains sont proportionnels au nombre de tours réalisés.

Il ramène donc toutes les données à un seul tour afin de détecter si il y a un même coefficient, ce qui signalerait une situation de proportionnalité. Les résultats sont donnés ci-dessous.

Nombre de tours	Durée *pour un tour*	Points *pour un tour*	Dollars *pour un tour*
8	01:21:56	1 950	10 794
5	01:22:05	1 960	10 800
3	01:25:12	≈1967	10 800

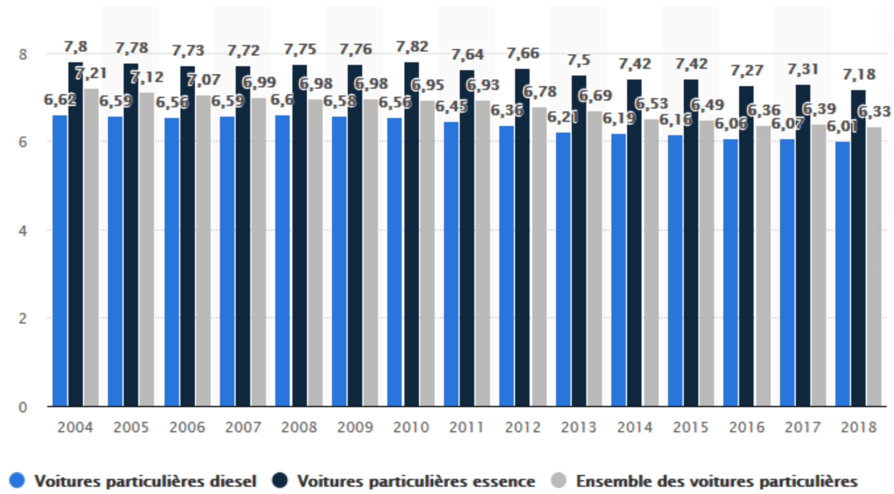
Exploitation des résultats et commentaires : on n'est pas loin de la proportionnalité pour les différentes sortes de gain. Mais ceux-ci sont légèrement moins bien rétribués lorsqu'il y a beaucoup de tours. La durée de la course est aussi globalement proportionnelle au nombre de tours et, comme pour les gains, le coefficient est légèrement inférieur lorsqu'il y a beaucoup de tours.
Combien de temps doit il passer sur son jeu pour accumuler au moins 800 000 dollars ?
On va étudier la question pour les trois nombres de tours possibles :

Nb de tours par course	Nombre de courses	Durée *totale*	Dollars *pour un tour*
8	10	01:48:44:80	863 500
5	15	01:42:34:05	810 000
3	25	01:45:54:50	810 000

Il devra y passer environ 1 heure trois quarts ; ce sera un peu plus long de faire 10 fois 8 tours car en faisant seulement 9 fois 8 tours, il n'arrivera pas à 800 000... Il a donc intérêt à faire 15 fois les 5 tours, soit 75 tours ; c'est en tout cas la solution la plus rapide qui lui assure le gain espéré.

g) <u>Consommation</u>

La consommation moyenne du parc automobile français est passée de 8,25L/100 km en 1990 à 7,07L/100 km en 2006 pour atteindre 6,33L/100 km en 2018 (voir le graphique ci-contre qui est extrait de Statista[6] 2020).



► *Un petit calcul :*
Si j'ai fait un plein de 25 L après avoir parcouru 300 Km depuis le dernier plein, quelle a été ma consommation ?
25 litres / 300 km × 100 ≈ 8,33 litres/100 km.
Ma voiture date t-elle d'avant 1990 ? Non, mais les conditions de la conduite influent beaucoup sur la consommation ; il est difficile de la comparer aux valeurs moyennes du graphique.

6 https://fr.statista.com/statistiques/486554/consommation-de-carburant-moyenne-voiture-france/