CORRECTION

Barème : 8points-6points-6points

1) Unités

a) Compléter les deux 1ères lignes de chacun des tableaux de conversion, puis utiliser le tableau adapté à chacune des conversions ci-dessous :

Conversion des longueurs							Conversion des aires							Conversion des volumes						
km	*hm*	*dam*	*m*	*dm*	*cm*	*mm*	*km²*	*hm²*	*dam²*	*m²*	*dm²*	*cm²*	*mm²*	*km³*	*km³*	*hm³*	*dam³*	*m³*	*dm³*	*cm³*
		1	2	3						0	00	45	60					0	007	890

123 dm = 1,23 dam ; 0,00456 m² = 4560 mm² ; 7890 cm³ = 0,00789 m³

b) Unités spécifiques

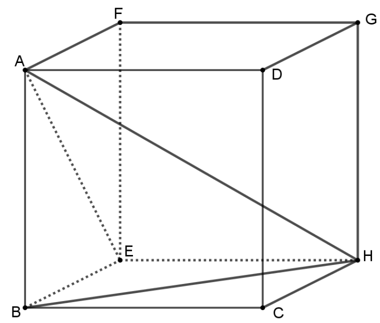
Qelles sont les définitions :

- de l'are (a):un are c'est 1 *dam*², l'aire d'un carré de 10 *m* de côté (soit 100 m²)
- du litre (L): un litre c'est 1 *dm*³, le volume d'un cube de 10 *cm* de côté (soit 1000 cm³)

Convertir 1250 ha en km² : 1250 ha c'est 1250 hm², soit 12,5 km²

Convertir 1250 cL en mm³ : 1250 cL c'est 12500 mL, soit 12500 cm³ ou encore 12 500 000 mm³

2) Pyramide



On découpe dans un cube ABCDEFGH, la pyramide ABHE.
Le côté de ce cube mesure 4 cm.

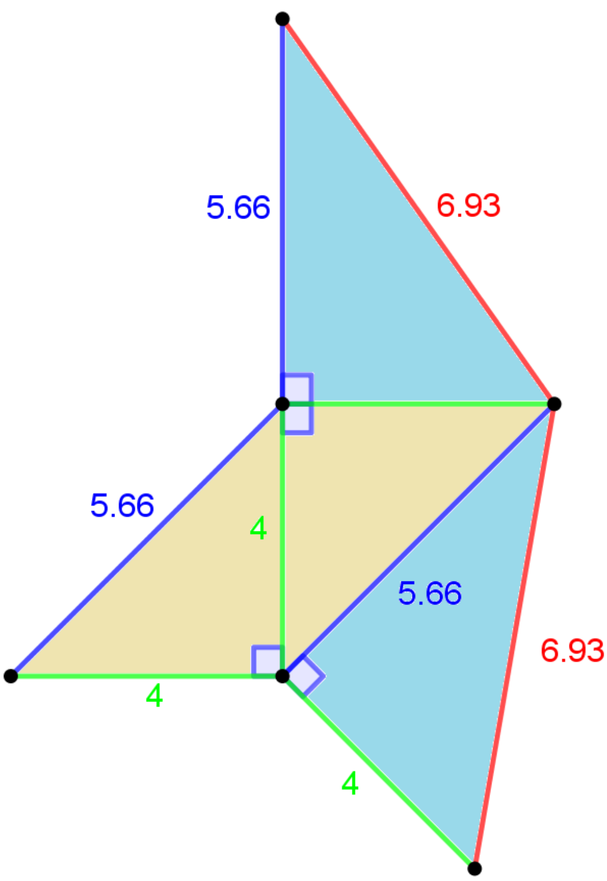
a) Calculer le volume de cette pyramide.

Si on prend comme base le triangle BEH d'aire $\frac{BE \times EH}{2} = \frac{4 \times 4}{2} = 8$ cm², la hauteur correspondante est AB=4cm. Le volume de la pyramide est donc $\frac{8 \times 4}{3} = \frac{32}{3} \approx 10{,}7$ cm³.

Remarque:

cette pyramide est la moitié de la pyramide à base carrée ABCHE qui, elle-même est le tiers du cube (exemple vu en cours pour justifier la formule). Le volume de la pyramide ABHE est donc le sixième du volume du cube $4^3 = 64 \text{cm}^3$.

b) Représenter les quatre faces de la pyramide ABHE en vraies grandeurs attachées de manière à former un patron de ce solide (*au dos de la feuille, les angles et les longueurs doivent être respectées, les angles droits seront marqués d'un petit symbole*)



Voir ci-contre. J'ai colorié :

- en vert les segments de longueur 4 (ce sont des arêtes du cube)
- en bleu les diagonales des faces du cube (leur longueur est égale à $4\sqrt{2} \approx 5{,}66$
- en rouge les grandes diagonales du cube (leur longueur est égale à $4\sqrt{3} \approx 6{,}93$

Il y a dans ce patron 2 demi-carrés (demi face du cube) et 2 triangles rectangles de cathètes 4cm et $4\sqrt{2} \approx 5{,}66$ cm).
Notez qu'il peut se dessiner de différentes façons.

c) Calculs

- Calculer l'aire totale des quatre faces de ABHE

Il y a :
les 2 demi-carrés font un seul carré, soit $4 \times 4 = 16$ cm²,
les 2 triangles rectangles de cathètes 4cm et $4\sqrt{2} \approx 5{,}66$ cm,

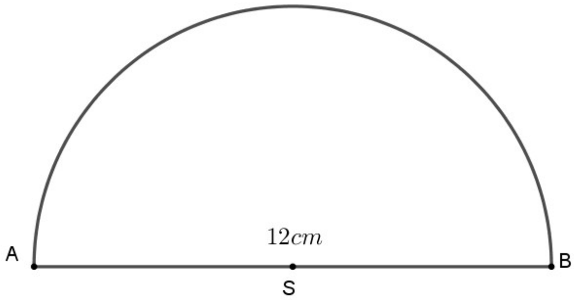
ont une aire totale égale à celle du rectangle *ABHG*, de côtés 4 et $4\sqrt{2}\approx 5{,}66$ cm, soit $4\times 4\sqrt{2}=16\sqrt{2}$ cm².
Conclusion:
L'aire totale des quatre faces de ABHE est donc égale à $16+16\sqrt{2}=16(1+\sqrt{2})\approx 38{,}63$ cm².

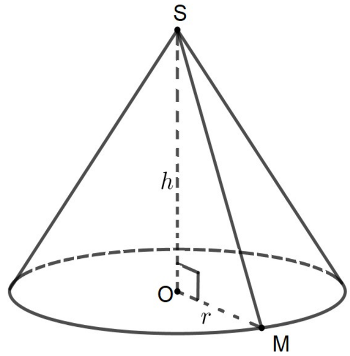
- Calculer la longueur totale des six arêtes de ABHE

Il y a :
3 arêtes du cube ([AB], [BE] et [EH]) de longueur 4cm,
2 diagonales des faces du cube de longueur $4\sqrt{2}\approx 5{,}66$ cm
(cela vient du théorème de Pythagore : $AB^2+BE^2=AE^2$ d'où $AE^2=32$ et AE= $\sqrt{32}=4\sqrt{2}$ cm),
1 grande diagonale du cube ([AH]) de longueur $4\sqrt{3}\approx 6{,}93$ cm
(cela vient aussi du théorème de Pythagore : $AB^2+BH^2=AH^2$ d'où $AH^2=16+32=48$ et AH= $\sqrt{48}=4\sqrt{3}$ cm).
Conclusion:
La longueur totale des six arêtes de ABHE est donc $3\times 4+2\times 4\sqrt{2}+4\sqrt{3}=4(3+2\sqrt{2}+\sqrt{3})\approx 30{,}24$ cm.

3) Cône

On découpe un demi-disque de diamètre *D*=12 cm.
On réalise, en enroulant cette surface, un cornet conique dont la base a pour centre O, pour rayon OM=*r* et pour hauteur OS=*h*.





a) Calculer le périmètre *p* de la base du cône (*valeur exacte*) et en déduire le rayon *r* de la base (*idem*).

Le périmètre de la base du cône est formé par le demi cercle de diamètre 12cm, il mesure $p=\dfrac{12\pi}{2}=6\pi$ cm.

Le rayon *r* de cette base vérifie l'égalité $p=2\pi r=6\pi$ cm. On en déduit $r=\dfrac{6\pi}{2\pi}=3$ cm.

b) Déterminer alors le volume *V* du cône (*valeur exacte puis valeur approchée au mm³ le plus proche*).
D'après le théorème de Pythagore, puisque le triangle SOM est rectangle en O, $SM^2=SO^2+OM^2$ soit, comme SM=SA=SB=12÷2=6cm (génératrice du cône), $6^2=h^2+r^2$.
Comme r=3cm, on obtient $h^2=6^2-3^2=36-9=27$, soit $h=\sqrt{27}\approx 5{,}2$ cm (la valeur exacte est $\sqrt{27}=3\sqrt{3}$ cm)

Le volume du cône est finalement égal à $\dfrac{3^2\pi\times\sqrt{27}}{3}=3\sqrt{27}\pi=9\sqrt{3}\pi\approx 48{,}973$ cm³.

BONUS (2pts) : Si, au lieu de prendre un demi-disque de diamètre 12 cm, on prenait trois-quarts d'un disque de diamètre 12 cm, le volume du cône ainsi fabriqué en serait-il aggrandi ou réduit (*justifier*)?
Dans ce cas, le périmètre de la base du cône est formé par les trois-quarts du cercle de diamètre 12cm, il mesure $p=\dfrac{3\times 12\pi}{4}=9\pi$ cm.

Le rayon *r* de cette base vérifie l'égalité $p=2\pi r=9\pi$ cm. On en déduit $r=\dfrac{9\pi}{2\pi}=4{,}5$ cm.

Par le même raisonnement que précédemment, on a $6^2=h^2+r^2$ et, comme r=4,5cm, on obtient $h^2=6^2-4{,}5^2=36-20{,}25=15{,}75$, soit $h=\sqrt{15{,}75}\approx 3{,}97$ cm.

Le volume de ce nouveau cône est alors égal à $\dfrac{4{,}5^2\pi\times\sqrt{15{,}75}}{3}\approx 84{,}16$ cm³.

Finalement, le volume du cône ainsi fabriqué serait nettemnent aggrandi par rapport au précédent.
En effet, il augmenterait de plus de 35 cm³ soit environ 72% du volume précédent.