CALCULATRICE INTERDITE!

1) <u>Propriétés</u> (10 *points*)

a) Écrire les nombres suivants sous la forme d'une puissance d'un même nombre (*une étape intermédiaire au moins*) :

A = $2^4\times2^3\times2^{-7}=2^{4+3-7}=2^0$

B = $\dfrac{-5^4\times(-5)^{-3}}{5^{-7}}=5^{4-3+7}=5^8$ *Les signes – disparaissent car il y en a un nombre pair (3+1=4).*

C = $\dfrac{(-4)^4\times16^3}{8^{-1}}=\dfrac{(2^2)^4\times(2^4)^3}{(2^3)^{-1}}=2^{2\times4+4\times3-3\times(-1)}=2^{8+12+3}=2^{23}$

b) Écrire les nombres suivants sous la forme 2^n3^p où n et p sont deux entiers relatifs à déterminer :

D = $\dfrac{2^{-3}\times3^5\times(2^{-2}\times3^2)^2}{(3^2\times2^5)^{-3}\times3^{-5}}=\dfrac{2^{-3}\times3^5\times2^{-2\times2}\times3^{2\times2}}{3^{2\times(-3)}\times2^{5\times(-3)}\times3^{-5}}=2^{-3-4+15}\times3^{5+4+6+5}=2^8\times3^{20}$

E = $\dfrac{8^2\times4^3}{6^4\times9^5}=\dfrac{(2^3)^2\times(2^2)^3}{(2\times3)^4\times(3^2)^5}=2^{3\times2+2\times3-4}\times3^{-4-2\times5}=2^{6+6-4}\times3^{-4-10}=2^8\times3^{-14}$

F = $\left(\dfrac{2}{3}\right)^3\times\left(\dfrac{-3^3}{2}\right)^2=\dfrac{2^3\times3^{3\times2}}{3^3\times2^2}=2^{3-2}\times3^{6-3}=2^1\times3^3$

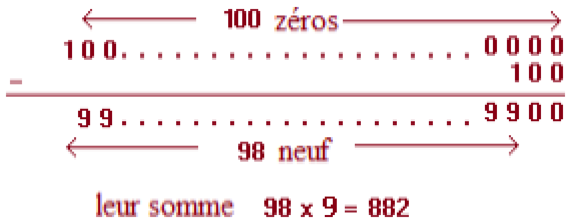
c) I et J sont les nombres définis par I = $2^{12}\times5^{13}$ et J = $10^{100}-100$.

Quel est le *nombre de chiffres* de I (justifier) ?

I= $2^{12}\times5^{13}=2^{12}\times5^{12}\times5=5\times(2\times5)^{12}=5\times10^{12}$ donc s'écrit avec <u>13 chiffres</u> (I=5 000 000 000 000).

Quelle est *la somme des chiffres* de J (justifier) ? Comme 10^{100} s'écrit avec 100 zéros après le 1, on peut poser la soustraction comme ci-contre. Il y a donc, dans le résultat, 98 chiffres 9 (dont la somme fait 882) et les 2 chiffres finaux étant des 0, ils ne modifient pas la somme.

La somme totale des chiffres est donc <u>882</u>.



2) <u>Notation scientifique</u> (10 *points*)

a) Écrire les nombres suivants en notation scientifique :

I = $150\,000\,000=1,5\times10^8$

J = $\dfrac{1}{4}=0,25=2,5\times10^{-1}$

K = $0,000\,000\,035=3,5\times10^{-8}$

L = $4500\times10^5=4,5\times10^3\times10^5\ 4,5\times10^{3+5}=4,5\times10^8$

b) Calculer les valeurs des expressions suivantes (résultat en notation scientifique) :

M = $\dfrac{4\times10^5\times15\times10^{-3}}{300\times10^{-1}}=\dfrac{4\times15}{300}\times10^{5-3+1}=\dfrac{2\times30}{10\times30}\times10^3=\dfrac{2}{10}\times10^3=2\times10^{-1}\times10^3=2\times10^2$

N = $(2\times10^3)^3\times(5\times10^{-1})^2=2^3\times5^2\times10^{3\times3-1\times2}=2^3\times5^2\times10^{9-2}=2^1\times(2^2\times5^2)\times10^7=2\times10^2\times10^7=2\times10^9$

c) Mettre les nombres suivants sous la forme scientifique :

$a=22\times10^9$; $b=1,3\times100^5$; $c=0,095\times10^{12}$; $d=1800\times10^7$; $e=14\,000\,000\,000$

$a=2,2\times10^{10}$; $b=1,3\times10^{10}$; $c=9,5\times10^{10}$; $d=1,8\times10^{10}$; $e=1,4\times10^{10}$

En déduire le rangement des nombres a, b, c, d, e dans l'ordre croissant : $b<e<d<a<c$

<u>BONUS</u> (1 *point*)

Quel est le chiffre des unités de 3^1 ? 3

Quel est le chiffre des unités de 3^2 ? 9 car 3×3=9

Quel est le chiffre des unités de 3^3 ? 7 car 9×3=27

Quel est le chiffre des unités de 3^4 ? 1 car 7×3=21

Quel est le chiffre des unités de 3^5 ? 3 car 1×3=3 (comme pour 3^1)

Quel est le chiffre des unités de 3^6 ? 9 car 3×3=9 (comme pour 3^2)

Déduire de ce qui précède le chiffre des unités de 3^{2022} : c'est 9.

Expliquer votre raisonnement :

On remarque que le chiffre des unités de 3^n parcourt une boucle de 4 chiffres : 3-9-7-1.

Comme 2022=2020+2 et 2020=505×4, le chiffre des unités de 3^{2022} est 9.

Pour les nombres n qui s'écrivent $4k+2$ (leur division euclidienne par 4 donne un reste égal à 2), comme 2022=4×505+2, le chiffre des unités est 9.