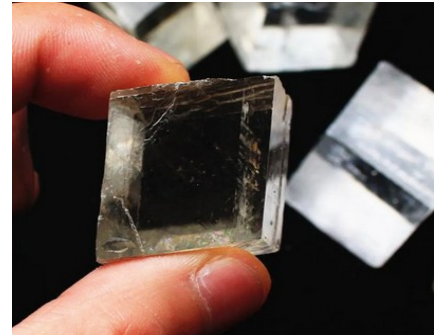


### 1) Rhomboèdre

un rhomboèdre est un polyèdre ressemblant au cube, excepté que ses faces ne sont pas carrées mais en forme de losanges. C'est un des cas particuliers d'un parallélépipède où toutes les arêtes sont de la même longueur.

La calcite ou carbonate de calcium est un mineral de formule  $\text{CaCO}_3$  qui cristallise sous la forme d'un rhomboèdre. La caractéristique qui nous intéresse ici de la maille rhomboédrique de la calcite est l'angle entre les arêtes :  $78,5^\circ$  et  $101,5^\circ$ . Tracer le patron du rhomboèdre de la calcite.

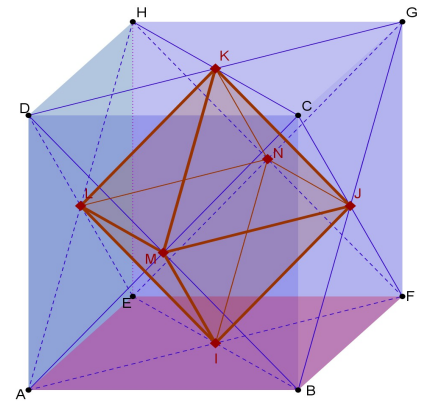


### 2) Octaèdre dans cube

Pour générer un octaèdre régulier (huit faces triangulaires régulières, c'est-à-dire équilatérales) à partir d'un cube, il suffit de joindre chaque centre de face du cube avec les quatre centres des faces adjacentes (voir l'illustration). Ce solide peut être perçu comme deux pyramides régulières à base carrée accolées par leur base commune.

a) Montrer que si le côté du cube mesure  $c$  alors le côté de l'octaèdre est égal à  $c \div \sqrt{2}$ .

b) En déduire le volume de l'octaèdre en fonction de  $c$ .



### 3) Dodécaèdre sur cube

On admettra que les sections médianes du cube – c'est-à-dire sur le cube ci-contre les quadrilatères AFGD ou BCHE ou encore ABGH – sont des rectangles. On nomme O le centre du cube, c'est-à-dire le milieu commun des grandes diagonales du cube : [BH], [AG], [CE] et [DF].

a) Déterminer la longueur  $d$  des diagonales des faces du cube en fonction du côté  $c$  du cube ( $AF=d$ ). En déduire la longueur  $g$  des grandes diagonales en fonction du côté  $c$  du cube ( $AG=g$ ) puis la longueur  $g'$  des arêtes de la pyramide ABFEO.

Appl. Num. : calculer au millimètre près  $d$ ,  $g$  et  $g'$  lorsque  $c=6$  cm.

b) Tracer sur la copie le patron de la pyramide ABFEO.

Si on réalise six pyramides telles que ABFEO et qu'on les assemble en les reliant par leur sommet commun O, on obtient le cube. Mais si on assemble ces six pyramides sur les faces du cube (en faisant coïncider les faces du cube avec les bases carrées de ces pyramides), on obtient un dodécaèdre rhombique (dodécaèdre : solide à 12 faces, rhombique : chaque face est un losange, *rhombus in english*).

c) Reproduire et compléter cette perspective du cube sur lequel ont été assemblés deux pyramides telles que ABFEO sur deux des faces du cube (il vous reste à tracer les quatre autres pyramides sur les quatre autres faces du cube). Notez que pour réaliser cette figure, on utilise les centres des faces du cube (j'en ai marqué trois d'une croix) qui sont les milieux des segments joignant le centre O du cube avec les sommets I, J, K, L, M et N des pyramides.

d) Justifier que deux faces triangulaires des pyramides ayant une arête du cube en commun (telles que DCI et DCJ) sont dans un même plan et forment un losange. Tracer un de ces losanges en vraies grandeurs ( $c=6$  cm). Ces losanges sont les faces du dodécaèdre ; décrire ce solide (nombre de faces, d'arêtes, de sommets) puis calculer son volume en fonction du côté  $c$  du cube. Tracer un patron de ce solide.

