DM6 sur le théorème de Thalès

Travail à faire à deux

1] Calculette géométrique

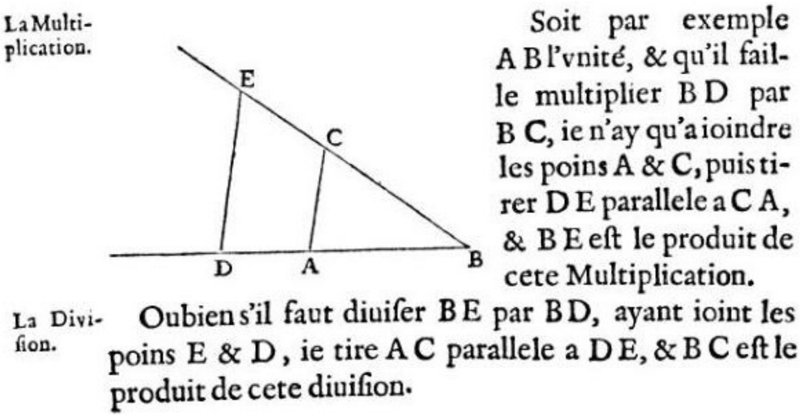
Dans cet ouvrage, publié en 1637, Descartes explique la multiplication et la division en termes de longueurs.

a) Transcrire ce texte, écrit en vieux français, dans notre langue moderne.

b) Expliquer ce qu'a voulu dire Descartes à la lumière du théorème de Thalès.

c) Appliquer cette méthode pour :

- construire le produit 2,5 par 3,2
- construire le quotient de 5,4 par 1,7


La Multiplication.

Soit par exemple A B l'vnité, & qu'il faille multiplier B D par B C, ie n'ay qu'a ioindre les poins A & C, puis tirer D E parallele a C A, & B E eſt le produit de cete Multiplication.

La Diuiſion.

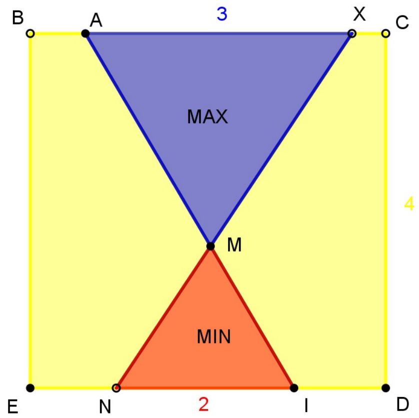
Ou bien s'il faut diuiſer B E par B D, ayant ioint les poins E & D, ie tire A C parallele a D E, & B C eſt le produit de cete diuiſion.

2] Carré

La figure ci-contre montre un *carré BCDE* de côté $c=4$, les points mobiles A et X sur $[BC]$ et les points mobiles I et N sur $[DE]$ tels que :

- $[AI]$ et $[NX]$ se coupent en M
- $AX=a$ et $IN=b$ où a et b sont invariables (mon illustration montre un cas où $a=3$ et $b=2$)

a) Faire une figure avec Geogebra dans le cas où $a=3$ et $b=1$ (si on déplace A, mobile sur $[BC]$, X doit se déplacer automatiquement pour que AX reste constant). Comment se déplace le point M quand on déplace le point A ?



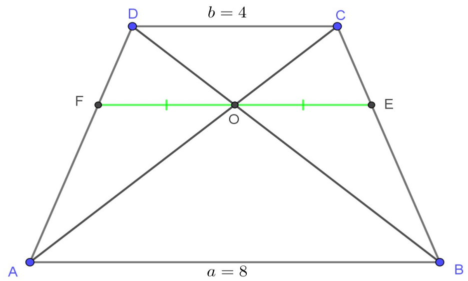
b) Notons *MAX* l'aire du triangle *MAX* et *MIN* celle du triangle *MIN*.
En utilisant le théorème de Thalès, montrer que $\frac{MAX}{MIN}=\left(\frac{a}{b}\right)^2$.

c) En utilisant les aires des trapèzes *BENX* et *BAIE* et celle du pentagone *DIMXC*, montrer que : $MAX-MIN=\frac{c(a-b)}{2}$.

d) Déduire des deux questions précédentes les aires *MAX* et *MIN* en fonction de *a, b* et *c*.
Calculer les valeurs exactes de ces aires pour le cas : $a=3$, $b=2$ et $c=4$.
Justifier alors l'observation de la question *a*.

3] Trapèze isocèle

ABCD est un trapèze *isocèle* de bases $AB=a$ et $DC=b$
(pour la figure et l'application numérique j'ai pris $a=8$ et $b=4$).
Les diagonales $[AC]$ et $[BD]$ se coupent en O.
Un segment $[FE]$, parallèle aux bases, joint les côtés non paralléles du trapèze en passant par O (voir figure).

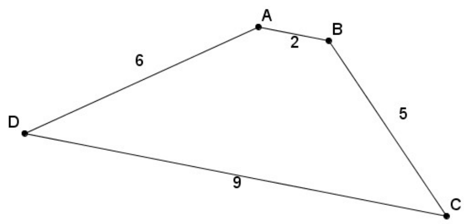


a) Exprimer la longueur EO en fonction de a et b.
Calculer EF lorsque $a=8$ et $b=4$.

b) En déduire EF puis expliquer cette phrase « EF est la moyenne harmonique[1] des deux bases »

4] Trapèze complet

ABCD est un trapèze *quelconque*. Les droites (AD) et (BC) se coupent en E ; F est le point d'intersection des diagonales $[AC]$ et $[BD]$; I est le milieu de $[AB]$ et J le milieu de $[CD]$.



a) Faire une figure, puis calculer EA et EB avec les mesures de la figure ($AB=2$ cm, $BC=5$ cm, $CD=9$ cm et $AD=6$ cm).

b) Prouver, en utilisant l'axiome d'Euclide[2], que E, I et J sont alignés.

c) Prouver que F, I et J sont alignés. En déduire que E, F, I et J sont alignés.

---

1 La moyenne harmonique m de a et de b est telle que l'inverse de m est la moyenne arithmétique des inverses de a et de b.

2 Le 5$^{\text{ème}}$ axiome d'Euclide affirme que par un point donné, il ne passe qu'une seule droite parallèle à une direction donnée.