



### 1) Longueurs

a) Les unités de longueur anglo-saxonnes sont fixées depuis 1971 sur la base d'un *yard* à 91,44 cm. Sachant qu'un *yard* vaut 3 pieds (3 *ft*) qui, lui-même vaut 12 pouces (12 *inches*), calculer précisément la longueur d'un pouce en millimètres.

Dans 1 *yard*, on a  $3 \times 12 = 36$  pouces.

Donc 1 pouce vaut  $91,44 \div 36 = 2,54$  cm, soit **25,4 mm**.

b) Le mille (*statute mile*, abrégé en *mi*) vaut 8 sillons, chaque sillon vaut 10 chaînes, chaque chaîne vaut 4 perches, chaque perche vaut 5 *yards* et demi, calculer le nombre de *yards* dans un *mile* et en déduire la longueur précise d'un *mile* en kilomètres. En déduire la distance en km séparant Calais de *Dover* (21 *mi*).

Dans 1 mille, on a  $8 \times 10 \times 4 \times 5,5 = 1760$  *yards*.

Donc 1 *mile* vaut  $1760 \times 91,44 = 160934,4$  cm, soit **1,609344 km**.

La distance séparant Calais de *Dover* étant de 21 *mi* vaut  $21 \times 1,609344 \approx 33,8$  km.

### 2) Surfaces

a) La référence pour la mesure des surfaces est la perche carrée (*square perch*). Sachant que la perche vaut 16 *foot*  $\frac{1}{2}$  (16 pieds et demi) convertir 1 *square perch* en mètres carrés ( $m^2$ ).

La perche vaut 5 *yards* et demi, donc  $5,5 \times 91,44 = 502,92$  cm soit 5,0292 m.

Le *square perch* vaut donc  $5,0292^2 = 25,29285264$   $m^2$ .

- La société *Apple* a construit son siège social au cœur de la *Silicon Valley* sur un terrain de 150 *acres*. L'*acre* vaut 160 *square perch*. Sachant que l'hectare est équivalent à l'hectomètre carré, convertir la superficie du terrain en hectares.

L'*acre* vaut  $160 \times 25,29285264 = 4\,046,856422$   $m^2$ .

Une surface de 150 *acres* fait donc  $150 \times 4\,046,856422 = 607\,028,4634$   $m^2$

soit 60,70284634  $hm^2$  ou encore **60,70284634 ha**.

Le siège social de *Apple* est construit sur un terrain de 60,7 ha environ.

- Le bâtiment en forme de couronne qu'a construit *Apple* sur ce terrain occupe 850 000 *square feet* (pieds carrés). Convertir cette surface en  $m^2$  et la comparer avec celle de cette autre construction de l'architecte Norman Foster pour Swiss Re, en forme de « cornichon », au centre de Londres, qui totalise 47 950  $m^2$  de bureaux.

La perche vaut 16,5 *feet* et donc le *foot* mesure  $502,92 \div 16,5 = 30,48$  cm.

On aurait pu partir du pouce, puisqu'il en faut 12 pour faire un pied :  $12 \times 2,54 = 30,48$  cm.

Le pied carré c'est donc  $30,48^2 = 929,0304$   $cm^2$ , soit 0,09290304  $m^2$ .

Le siège d'*Apple* mesurant 850 000 *square feet* a donc une surface de bureaux de **78 967,584  $m^2$**  disons 79 000  $m^2$ .

Le siège d'*Apple* (79 000  $m^2$ ) a une surface plus grande que celle du « cornichon » de Londres (environ 48 000  $m^2$ ).



### b) L'arpent

L'arpent est l'unité principale de mesure de superficie agricole dans la plupart des régions de France avant la Révolution. Il représente toujours l'aire d'un carré de dix perches de côté, soit cent perches carrées. Cependant la longueur de la perche varie entre 18 et 22 pieds du Roi. Sachant que le pied du Roi mesurait 324,839 mm avant la Révolution, encadrer la valeur de l'arpent du Roi par des valeurs en  $m^2$ .

L'encadrement 18 pieds < 1 perche < 22 pieds, appliqué à un pied du Roi de 324,839 mm = 0,324839 m devient

$18 \times 0,324839 = 5,847102$  m < 1 perche <  $22 \times 0,324839 = 7,146458$  m

Comme 1 arpent = 100 perches carrées, on obtient l'encadrement suivant :

$100 \times 5,847102^2 = 3418,8601798404$   $m^2$  < 1 arpent <  $100 \times 7,146458^2 = 5107,1861945764$   $m^2$

En arrondissant au  $m^2$  le plus proche, un arpent mesure entre 3419  $m^2$  et 5107  $m^2$ , en moyenne 4263  $m^2$ .

L'arpent, aussi appelé *french acre* en Amérique anglophone, est toujours en usage en Louisiane, au Mississippi, en Alabama et en Floride. Un *french acre* y vaut aujourd'hui 0,846 28 *acres*. Comparer cette valeur avec l'arpent du Roi.

En Amérique du Nord, l'arpent est également une unité de longueur, valant le côté d'un carré d'un arpent de surface. Dans la Louisiane du XVIII<sup>e</sup>, une parcelle typique française mesurait deux à quatre arpents de large, le long de la rivière, et quarante à soixante arpents de profondeur. Convertir les dimensions d'une parcelle française en mètres.

D'après la correspondance 1 *acre* = 4 046,856422  $m^2$  obtenue précédemment,

le *french acre* mesure  $0,846\,28 \times 4\,046,856422 = 3424,7736528102$   $m^2$ , soit environ 3425  $m^2$ , ce qui est l'estimation basse de l'arpent par 18 pieds du Roi.

Le côté d'un carré d'un arpent de surface, donc de 3425  $m^2$  environ, est égal à  $\sqrt{3425} \approx 58,5$  m.

La parcelle typique française mesurait de 117 m ( $2 \times 58,5$ ) à 234 m ( $4 \times 58,5$ ) de large et de 2340 m ( $40 \times 58,5$ ) à 3510 m ( $60 \times 58,5$ ) de profondeur, soit environ 175 m de large sur 2925 m de profondeur (environ 51 ha).

### 3) Volumes

a) Les unités de volume font référence au gallon qui vaut en Angleterre 277,2 pouces cubes. Calculer le volume d'un cube de 1 pouce de côté en centimètres cube et en déduire le volume d'un gallon anglais en  $cm^3$ , et enfin en litres (L).

1 pouce cube représente  $2,54^3 cm^3$  soit  $16,387064 cm^3$

Donc 1 gallon mesure  $277,2 \times 16,387064 = 4540,494141 cm^3$ .

Comme il y a 1000  $cm^3$  dans 1  $dm^3$ , il y a donc 4,540494141  $dm^3$  dans 1 gallon, soit 4,540494141 L.

Est-ce vrai que dans un volume de 77 pieds cubes il y a exactement 480 gallons anglais?

Il y a 12 pouces dans 1 pied et donc  $12^3 = 1728$  pouces cubes dans 1 pied cube.

Dans 77 pieds cubes il y a donc  $1728 \times 77 = 133\ 056$  pouces cubes.

Dans 480 gallons, il y a  $480 \times 277,2 = 133\ 056$  pouces cubes, ce qui est bien identique à la valeur trouvée.

Il y a donc bien, exactement, 480 gallons anglais dans 77 pieds cubes.

La pinte anglaise (*pint*) vaut  $\frac{1}{8}$  de gallon anglais. Calculer le volume d'une *pint* en cL.

Une pinte fait  $\frac{1}{8}$  de gallon mesure  $0,5675617676 L$  ( $4,540494141 \div 8$ ) soit 56,75617676 cL.



b) Sachant qu'il y a en moyenne 5% d'alcool dans la bière et 12% d'alcool dans le vin, calculer le volume d'alcool contenu dans la consommation de bière par habitant et par an (178,8 *pints* en 2007) au Royaume-Uni et comparer ce nombre au volume d'alcool contenu dans la consommation de vin par habitant et par an (55,85 L en 2005) en France.

- 178,8 *pints* correspondent environ à  $178,8 \times 56,76 = 10148,688$  cL soit 101,5 L environ. Or, dans 101,5 L de bière à 5% il y a  $101,5 \times 0,05 = 5,075$  L d'alcool pur.
- Dans 55,85 L de vin à 12% il y a  $55,85 \times 0,12 = 6,702$  L d'alcool pur.

On consomme donc un peu moins d'alcool (1,527L en moins, soit 24% de 6,702 L) en buvant 101,5 L de bière à 5% qu'en buvant 55,85 L de vin à 12%.

### 4) Vitesses

Les limitations de vitesse aux États-Unis dépendent des États. Étant donné que les États-Unis utilisent le système impérial, les vitesses sont exprimées en *miles per hour* (abréviation *mph*). Sur les autoroutes *Interstate*, en zone rurale, la vitesse maximale est comprise généralement entre 65 et 75 *mph*. Il y a deux sections d'autoroutes dans l'ouest du Texas qui sont limitées à 80 *mph* pour les véhicules de tourisme. À l'opposé, la vitesse maximale autorisée la plus élevée dans l'État d'Hawaii n'est que de 60 *mph*. Comparer ces vitesses avec nos limitations sur autoroute en France (entre 110 et 130 *km/h*).



Avant de répondre, rappelons que le mille (*statute mile*) vaut 1,609344 km.

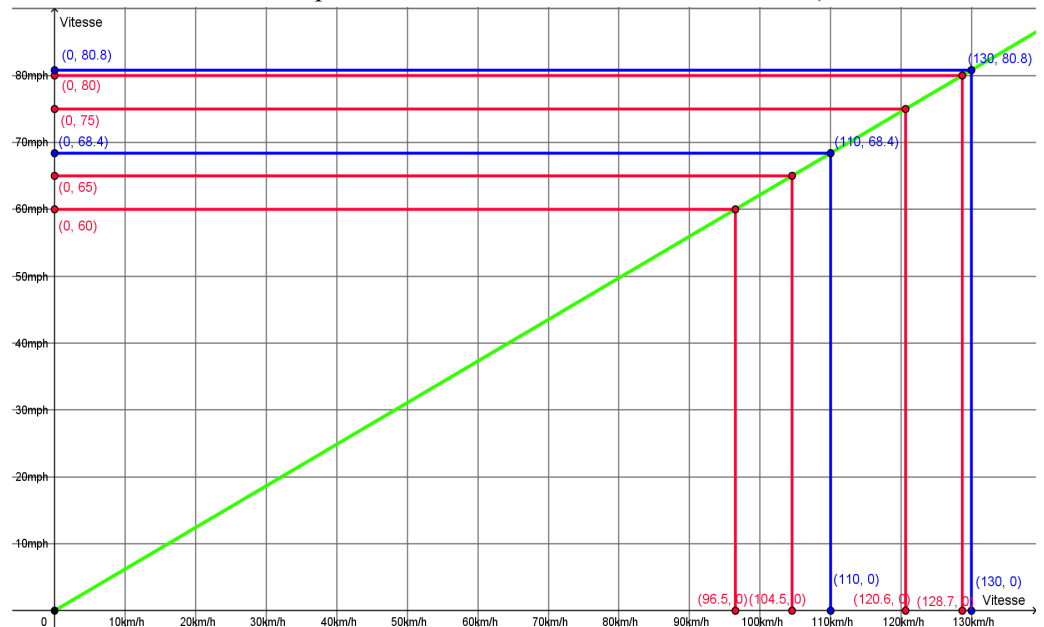
Une vitesse de 130 *km/h* correspond à  $130 \div 1,609344 \approx 80,77825499$  *mph*, vitesse que nous pourrions arrondir pour le graphique à 81 *mph*. Les vitesses maximales autorisées sur autoroute, en France et aux USA, sont similaires (130 *km/h*  $\approx$  81 *mph* et 80 *mph*) mais très localisées aux USA et plus générales en France.

Les vitesses maximales les plus basses sur autoroute, en France et aux USA, sont variables aux USA : notre 110 *km/h*  $\approx$  68 *mph* correspond plutôt au 65 *mph* mais il y a des portions à 90 *km/h* (environ 56 *mph*) en France qui correspondent aux vitesses maximales dans l'État d'Hawaii.

Représenter la conversion des vitesses entre les *km/h* (en abscisses) et les *mph* (en ordonnées) sur un graphique et y placer ces vitesses limites (d'une couleur : 60-65-78-80 *mph* et d'une autre couleur : 110 et 130 *km/h*).

Représentons maintenant la conversion des vitesses (droite verte) puis mettons :

- un point rouge pour les différentes limites sur les autoroutes des États-Unis : 60, 65, 75 et 80 *mph*
- un point bleu pour les différentes limites sur les autoroutes de France : 110 et 130 *km/h*



## 5) Températures

a) L'échelle de *Fahrenheit* est utilisée aux États-Unis. Dans cette échelle, l'eau gèle à 32°F (degrés *Fahrenheit*) et bout à 212°F. Y a-t-il proportionnalité entre les températures mesurées en degrés *Fahrenheit* ou en degrés *Celsius* (°C) ?

Non, les rapports entre températures dans les deux systèmes sont différents :

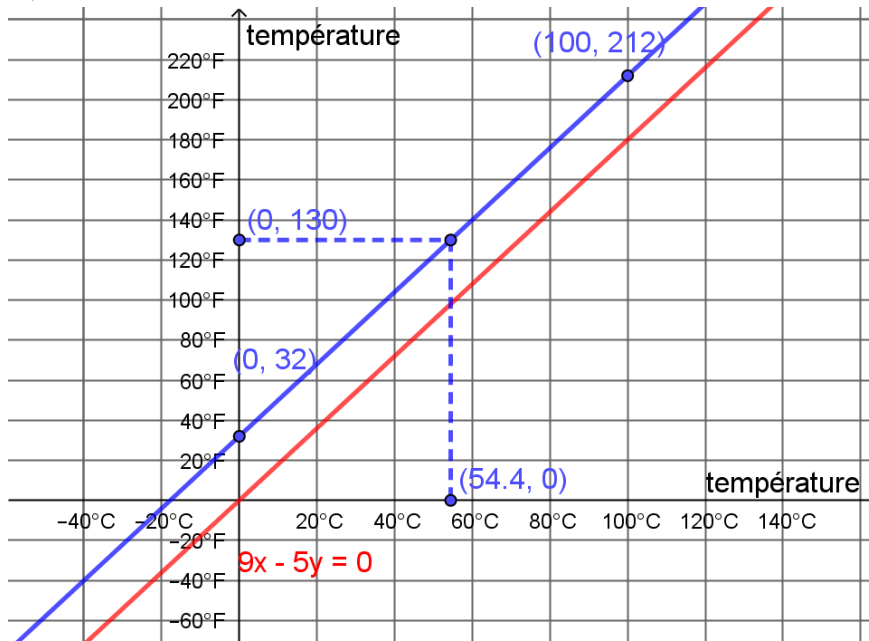
$$\frac{100}{212} \approx 0,5 \text{ (l'eau bout à } 100^\circ\text{C)} \text{ et } \frac{0}{32} = 0 \text{ (l'eau gèle à } 0^\circ\text{C)}$$

Ce dernier rapport d'ailleurs, à lui seul, permet d'affirmer qu'il n'y a pas proportionnalité, car dans une situation de proportionnalité, quand une grandeur est à 0, l'autre aussi ; et ce n'est pas le cas ici.



Une bonne idée pour comprendre la relation entre ces deux unités de la température est de tracer la droite de conversion d'une unité dans l'autre (comme on l'a fait précédemment pour les vitesses) :

J'ai tracé cette droite en bleu. On voit qu'elle ne passe pas par l'origine ; cela n'est donc pas une situation de proportionnalité. Mais la parallèle à cette droite passant par l'origine (tracée en rouge) représente, elle, une situation de proportionnalité qui peut s'écrire  $9x - 5y = 0$  comme on le lit sur le graphique, où  $x$  et  $y$  représente, respectivement, la température en °C et en °F (diminuée de 32°F, du fait de la translation opérée vers le bas). Cette égalité peut s'écrire  $y = 1,8x$ .



b) En 2020, dans la *Death Valley*, en *Californie*, le thermomètre a enregistré la plus chaude température jamais enregistrée sur Terre : 130 °F. La température théorique la plus basse qui puisse exister est -459,67 °F (0 absolu). Convertir ces deux températures record en degrés *Celsius*.

Ainsi, il y a proportionnalité entre une température *Fahrenheit* diminuée de 32°F et la température *Celsius* :

$$\frac{212-32}{100} = \frac{180}{100} = \frac{9}{5} = 1,8 \text{ (l'eau bout à } 100^\circ\text{C}=212^\circ\text{F)}$$

Le rapport  $\frac{32-32}{0} = \frac{0}{0}$  (l'eau gèle à  $0^\circ\text{C}=32^\circ\text{F}$ ) n'est pas égal au 1<sup>er</sup> mais ici ce n'est pas gênant car cela est vrai pour toutes les situations de proportionnalité (quand une grandeur est égale à 0, l'autre aussi). Le 1<sup>er</sup> rapport donne le coefficient :  $\frac{9}{5} = 1,8$ . En résumé :

- pour passer de la température *Fahrenheit* à la température *Celsius*, il suffit d'enlever 32 et de multiplier par  $\frac{5}{9}$
- pour passer de la température *Celsius* à la température *Fahrenheit*, il suffit multiplier par  $\frac{9}{5}$  et ajouter 32

Exemple : la température de 100°C vaut  $100 \times \frac{9}{5} + 32 = 180 + 32 = 212$  °F

la température de 212°F vaut  $(212 - 32) \times \frac{5}{9} = 180 \times \frac{5}{9} = 100$  °C

130 °F correspond donc à une température de  $(130 - 32) \times \frac{5}{9} = 98 \times \frac{5}{9} \approx 54,44$  °C.

En 2020, dans la *Death Valley*, en *Californie*, il a fait plus de 54° !

-459,67 °F correspond à une température de  $(-496 - 32) \times \frac{5}{9} = -491,67 \times \frac{5}{9} = -273,15$  °C.

La température théorique la plus basse qui puisse exister est -273,15 °C mais cette température n'existe heureusement pas sur Terre où le dernier record négatif donne la température de -96 °C (enregistrée sur la calotte glaciaire du milieu de l'Antarctique au cours d'un long hiver polaire). Cette température exprimée en degrés *Fahrenheit* est  $-96 \times \frac{9}{5} + 32 = -140,8$  °F.

Les températures fluctuent sur la Terre :

- entre -140,8 et 130 degrés si on parle de degrés *Fahrenheit*
- entre -273,15 et 54,4 degrés si on parle de degrés *Celsius*