Travail à réaliser à deux (ou seul)

1) Disque équivalent à une couronne

a) Tracer deux cercles concentriques de rayon 3 carreaux et 5 carreaux. Colorier la couronne comprise entre les deux cercles et calculer l'aire de cette couronne.

b) Tracer un triangle ABC rectangle en A tel que BC=5 carreaux et BA=3 carreaux.
Tracer le cercle de centre A et de rayon AC.
Comparer l'aire du disque limité par ce cercle et l'aire de la couronne.

c) On dit d'un disque qu'il est équivalent à une couronne si les deux surfaces ont la même aire. Déduire, de ce qui précède, le rayon du disque équivalent à une couronne dont le petit et le grand rayon mesurent 36 m et 85 m.

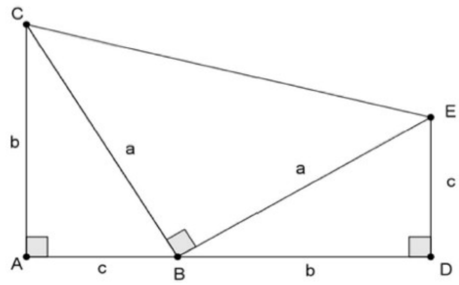
2) Triplets pythagoriciens

Il est écrit à la fin du cours sur mathadomicile :
« Si p et q désignent deux *nombres premiers entre eux* (qui n'ont aucun diviseur commun à part 1), alors le triplet (p^2-q^2, $2pq$, p^2+q^2) est un triplet pythagoricien et tous les triplets pythagoriciens peuvent être trouvés avec cette formule. Ainsi le triplet (3, 4, 5) correspond à p=2 et q=1, le triplet (5, 12, 13) correspond à p=3 et q=2 ».

a) Vérifier les deux dernières affirmations de ce texte concernant les triplets (3, 4, 5) et (5, 12, 13), puis tracer des triangles dont les côtés sont proportionnels aux nombres contenus dans ces triplets (*écrire la valeur des côtés*).

b) Déterminer au moins deux autres triplets pythagoriciens avec la formule du texte, non proportionnels aux deux premiers, puis tracer les triangles obtenus.

3) Démontrer le théorème de Pythagore



Dans la figure ci-dessous, les triangles ABC, BDE, BCE sont rectangles respectivement en A, D et B.
On pose : $AB = DE = c$; $AC = BD = b$; $BC = BE = a$.

a) Justifier que les points A, B et D sont alignés.

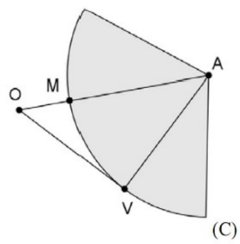
b) Justifier que le quadrilatère $ADEC$ est un trapèze.

c) Exprimer de deux manières différentes l'aire du trapèze[1] $ADEC$ en fonction de a, b et c.

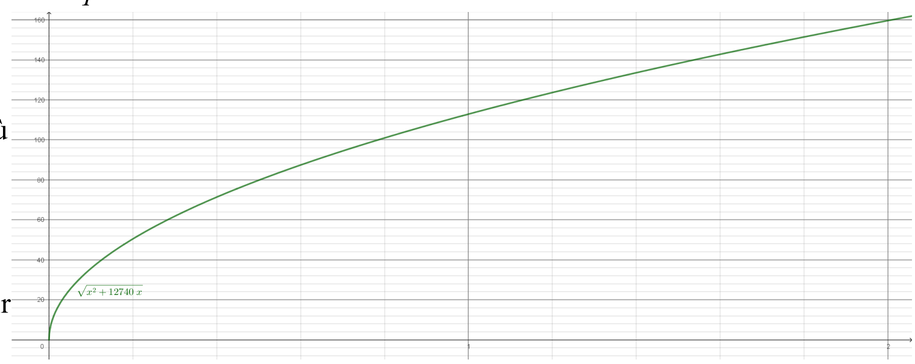
d) En déduire l'égalité : $a^2 = b^2 + c^2$.

Pour cela, on utilisera l'identité remarquable (*vraie pour tout nombres a et b*) : $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$

4) Portée visuelle d'un observateur



La courbure terrestre limite la vision lointaine sur Terre. Plus l'altitude du point d'observation est élevée, plus la distance théorique de vision est grande. La Terre est assimilée à une sphère de centre A et de rayon AM=6370 km. Sur la figure ci-contre, l'arc de cercle (C) représente la surface terrestre, le point O est l'emplacement des yeux d'un observateur, les points M et V sont au niveau de la mer, la droite (OV) est tangente en V au cercle (C). Le point V est donc le point limite de vision de l'observateur ; la longueur OV est la *portée visuelle théorique*.



a) Montrer que la portée visuelle théorique OV est donnée par la formule : $OV=\sqrt{OM^2+12740\times OM}$ où OV et OM sont exprimées en km.

b) Calculer la portée visuelle théorique d'un observateur placé au niveau de la mer, ses yeux étant situés à 1,7m du sol (arrondir au dixième de kilomètre près).

c) La représentation graphique de la relation entre OV (en ordonnée) et OM (en abscisse) étant donnée ci-contre, .

- À quelle altitude doit-on se situer pour avoir une portée visuelle théorique de 100 kilomètres ?
- Un observateur situé au dernier étage de la Tour Eiffel dont l'altitude est environ 350 mètres pourrait-il théoriquement voir la mer ?
- L'affirmation suivante est-elle vraie : « si on est deux fois plus haut sur la Terre, alors on a une vision théorique deux fois plus grande » ?

1 L'aire d'un trapèze de bases a et b et de hauteur h est $(a+b)/2 \times c$