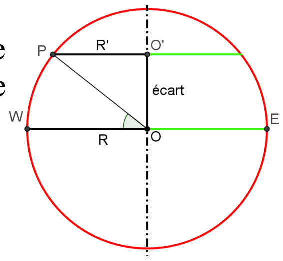
Révision 4 : Longueurs, aires et volumes

I. <u>La sphère</u>



La section d'une sphère est toujours un cercle. Si cette section passe par le centre O de la sphère, c'est un *grand cercle*. Si elle ne passe pas par O, c'est un *petit cercle* de centre O', où (OO') est une droite perpendiculaire à tous les rayons du petit cercle.

<u>Formulaire</u> : Diamètre = 2× r - Longueur d'un cercle de rayon r = 2×π×r

Aire d'un disque de rayon r = π×r² - Aire de la surface d'une sphère de rayon r = 4×π×r²

Volume d'une sphère de rayon r = $\frac{4}{3}\pi \times r^3$. Rappel : $\pi \approx 3{,}14159...$

►Exercices issus des annales de brevet :

1) La Terre est assimilée à une sphère de centre O et de rayon 6370 km. Le cercle de centre O passant par W représente l'équateur. Le point P représente la ville de Paris. P est un point de la sphère situé sur le cercle de centre O' tel que l'écart OO' = 4880 km. Calculer O'P au km près. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{O'OP}$ au degré près. En déduire la latitude Nord de Paris par rapport à l'équateur, c'est-à-dire l'angle $\widehat{POW}$.

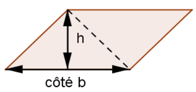
2) Une petite sphère a pour rayon r. Une grande sphère a pour rayon R tel que R = 3r. Si on note *v* le volume de la petite sphère et *V* le volume de la grande sphère.

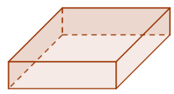
Quelle égalité est vraie? ☐ $V = 3v$ ☐ $V = 9v$ ☐ $V = 27v$

II. <u>Autres aires et volumes</u>

L'aire d'un parallélogramme (dont font partie rectangles, losanges et carrés) de côté *b* et de hauteur *h* est *b*×*h*.

L'aire d'un triangle de côté *b* et de hauteur *h* est *b*×*h*÷*2*.



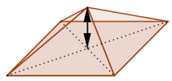


<u>Rappel</u> : la hauteur est perpendiculaire au côté.

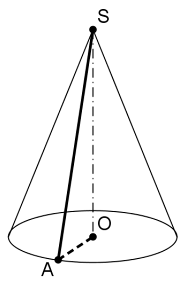
Volume d'un prisme ou d'un cylindre = aire de la base × hauteur.

La base ici est une surface (polygone ou disque).

Volume d'une pyramide ou d'un cône = aire de la base × hauteur ÷ 3.



►Exercices issus des annales de brevet :



1) La pyramide ci-dessus a pour sommet S, pour hauteur [SH] et pour base le rectangle ABCD. Placer S, H, A, B, C et D sur la figure. Sachant que SA=SB=SC=SD=8,5 cm, CD=12 cm et BC = 9 cm, vérifier par le calcul que HD = 7,5 cm. Tracer en vraie grandeur le triangle SBD et y placer H. Calculer SH, puis le volume de la pyramide SABCD.

2) On considère une bougie conique. Le rayon OA de sa base est 2,5 cm et le segment [SA] mesure 6,5 cm. Quelle est la nature du triangle SAO? Tracer ce triangle, puis montrer que SO = 6 cm. Calculer le volume de cire nécessaire pour fabriquer cette bougie, arrondir au dixième de cm³. Calculer l'angle $\widehat{ASO}$ au degré près.

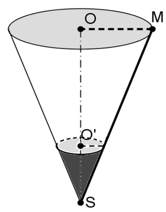
III.<u>Section d'une pyramide ou d'un cône par un plan parallèle à sa base</u>

Une pyramide (ou un cône) coupée par un plan parallèle à sa base détermine une réduction de la pyramide (ou du cône). Les longueurs correspondantes sont multipliées par *k*, les aires par k^2 et les volumes par k^3.

►Exercice issu des annales de brevet :

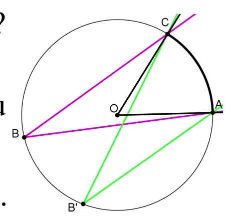
1) SABC est une pyramide ayant pour base le triangle ABS et pour hauteur SA.

AB = 6 cm ; BC = SA = 8 cm ; AC = 10 cm. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en B. Calculer la longueur BS. Calculer le volume de la pyramide SABC. On appelle I, J et K les milieux respectifs des arêtes [SA], [SB] et [SC]. Calculer le volume de la pyramide SIJK.



2) Un cône a pour rayon de base OM = 3 cm et pour hauteur OS = 14 cm. On appelle V, le volume du cône. Montrer que V = 42π cm³. Dans ce cône, on verse d'abord du chocolat fondu jusqu'au point O', puis on complète avec de la crème glacée à la pistache jusqu'au point O. Le cône formé par le chocolat fondu, de volume V', est une réduction du cône de volume V. Sachant que O'S vaut 3,5 cm, par quel calcul simple passe t'on de OS à O'S? de V à V'? En déduire la valeur de V' en fonction de π. Quel est le pourcentage de chocolat fondu dans ce cône?

IV.<u>Angles inscrits dans un cercle</u>



Un angle $\widehat{ABC}$ inscrit dans un cercle de centre O a une mesure égale à la moitié de l'angle au centre $\widehat{AOC}$ interceptant le même arc $\overset{\frown}{AC}$.

Deux angles inscrits $\widehat{ABC}$ et $\widehat{AB'C}$ dans un même cercle interceptant un même arc sont égaux.