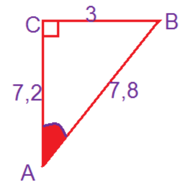
Révision 2 : Trigonométrie, fonctions affines, systèmes CORRECTION

I.Trigonométrie

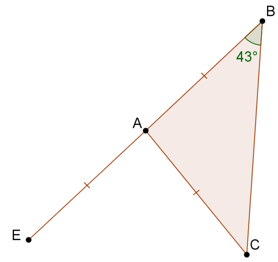
1) On donne un triangle ABC tel que : AB=7,8 ; AC=7,2 et BC=3.
Démontrer que le triangle est rectangle en C puis calculer $\tan\widehat{CAB}$ (arrondir au millième le plus proche) et en déduire une valeur approchée de $\widehat{CAB}$ (au degré près).



$AB^2=7{,}8^2=60{,}84$. $AC^2+BC^2=7{,}2^2+3^2=51{,}84+9=60{,}84$. Donc $AB^2= AC^2+BC^2$, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en C.

$\tan\widehat{CAB}=\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{3}{7{,}2}\approx 0{,}417$. Par conséquent $\widehat{CAB}=\tan^{-1}(\dfrac{3}{7{,}2})\approx 23^\circ$.

2) ABC est un triangle isocèle tel que : AB=AC=4cm. E est le symétrique de B par rapport à A. $\widehat{ABC}$ =43°. Faire une figure. Quelle est la nature du triangle BCE? Justifier, puis, en déduire la mesure de BC.

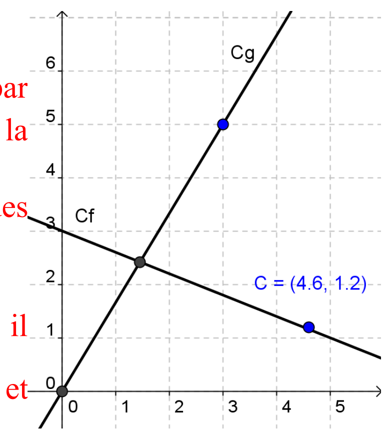


Le triangle BCE est un triangle rectangle en C car, d'après l'énoncé, AB=AC=AE, donc les 3 points sont sur un même cercle de centre A. Comme B et E ont pour milieu A, le segment [BE] est un diamètre du cercle. C est donc un point du cercle de diamètre [BE], donc $\widehat{BCE}=90^\circ$. $\cos\widehat{CBE}=\dfrac{BC}{BE}$, donc $\cos 43^\circ=\dfrac{BC}{8}$ et finalement $BC=8\times\cos 43^\circ\approx 5{,}850$ cm.

II. Fonctions affines :

►Exercices issus des annales de brevet :

1) Soit f, la fonction définie par $f: x\mapsto -0{,}4x+3$. Quel est l'antécédent de 1 par la fonction f ?
Tracer la représentation graphique C_f de f pour $0\le x\le 4$.
Tracer sur le même graphique la représentation C_g d'une fonction linéaire g telle que $g(3)=5$.
Le point A de coordonnées (4,6 ; 1,2) est-il sur la représentation graphique C_f de f ?
Déterminer graphiquement, puis par le calcul, les coordonnées du point d'intersection de C_f et de C_g.



L'antécédent de 1 par la fonction f vérifie $f(x)=1$, donc $-0{,}4x+3=1$, par conséquent $-0{,}4x=1-3=-2$ et $x=-2\div(-0{,}4)=5$. L'antécédent de 1 par la fonction f est donc 5 (5 a pour image 1).
Pour tracer les représentation graphique il suffit de 2 points car f et g sont des fonctions affines, donc représentées par des droites.
$f(4{,}6)=-0{,}4\times(4{,}6)+3=1.16$ et donc, Le point A n'est pas sur la droite C_f.
Les coordonnées du point d'intersection de C_f et de C_g vérifient $f(x)=g(x)$, il faut donc déterminer *g(x)*. Le coefficient de linéarité de g est $a=\dfrac{5-0}{3-0}=\dfrac{5}{3}$ et donc $g(x)=\dfrac{5}{3}x$. Il faut donc résoudre l'équation $-0{,}4x+3=\dfrac{5}{3}x$ qui se transforme en

$$-0{,}4x-\frac{5}{3}x=(-0{,}4-\frac{5}{3})x=\left(\frac{-0{,}4\times 3-5}{3}\right)x=\frac{-6{,}2}{3}x=-3 \text{ et donc } x=\frac{-3}{\frac{-6{,}2}{3}}=\frac{3\times 3}{6{,}2}=\frac{90}{62}=\frac{45}{31}\approx 1{,}45.$$

NB: La dernière question a été ajoutée par nous, dans le problème de brevet il fallait juste lire graphiquement les coordonnées du point d'intersection de C_f et de C_g.

2) t représente la taille d'une personne en cm. On calcule le "poids idéal" p en kg d'une personne grâce à la formule : $p=t-100-\dfrac{t-150}{4}$. Calculer le poids idéal d'une personne mesurant 160 cm.
Démontrer que la représentation graphique du poids idéal en fonction de la taille est une droite.
Quelle est la taille d'une personne pesant 45 kg qui a le poids idéal?

Le poids idéal d'une personne mesurant 160 cm est 57,5 kg car $p=160-100-\dfrac{160-150}{4}=60-\dfrac{10}{4}=57{,}5$.

La représentation graphique du poids idéal en fonction de la taille est une droite si la fonction p est affine.

$p = t - 100 - \frac{t-150}{4} = t - 100 - \frac{t}{4} + \frac{150}{4} = (1 - \frac{1}{4})t - 100 + 37,5 = 0,75t - 62,5$. La fonction est bien affine, la représentation est donc bien une droite.
La taille d'une personne pesant 45 kg qui a le poids idéal est l'antécédent de 45 par la fonction p. C'est donc le nombre t dans l'équation : $0,75t - 62,5 = 45$ qui satisfait aussi l'égalité $0,75t = 45 + 62,5 = 107,5$, d'où $t = \frac{107,5}{0,75} \approx 143$. La taille d'une personne pesant 45 kg qui a le poids idéal est donc d'environ 143 cm.

III. Systèmes :

►Exercices issus des annales de brevet :

1) Résoudre le système $\begin{cases} 4a + 8b = 12 \\ 2a + b = 2,70 \end{cases}$. À la boulangerie, Marie achète deux croissants et quatre pains aux raisins pour 6 euros. Dans la même boulangerie, Karim achète deux croissants et un pain aux raisins pour 2,70 euros. Quel est le prix d'un croissant ? Quel est le prix d'un pain aux raisins ?
2) Pour 6 kg de vernis et 4 litres de cire on paie 95 euros. Pour 3 kg de vernis et 3 litres de cire on paie 55,50 euros. Quels sont les prix du kg de vernis et du litre de cire?

$\begin{cases} 4a + 8b = 12 \\ 2a + b = 2,7 \end{cases}$ et, en multipliant la 2ème ligne par 8

$\begin{cases} 4a + 8b = 12 \\ 16a + 8b = 8 \times 2,7 = 21,6 \end{cases}$

par soustraction, il vient : $12a = 21,6 - 12 = 9,6$ d'où $a = \frac{9,6}{12} = \frac{96}{120} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{12} \times 4}{\cancel{2} \times 5 \times \cancel{12}} = \frac{4}{5} = 0,8$

remplaçons a par 0,8 dans la 1ère équation : $4 \times 0,8 + 8b = 12$

$8b = 12 - 3,2 = 8,8$ et donc, $b = \frac{8,8}{8} = 1,1$

Désignons par a le prix d'un croissant et par b le prix d'un pain aux raisins. L'énoncé se traduit alors par le système que l'on vient de résoudre. Le prix d'un croissant est donc 0,80 € et le prix d'un pain aux raisins est 1,10 €.