Chapitre 4	Fonctions

I] Généralités

a) Notion de fonction

Définition : Une fonction numérique est un processus qui fabrique un nombre (souvent noté y) à partir d'un nombre variable (souvent noté x).

On va noter cette association avec une flèche : $x \rightarrow y$.

Exemple 1 : une fonction peut être définie par à priori, point par point : $1 \rightarrow 3\,;\, 2 \rightarrow 0\,;\, 3 \rightarrow 1\,;\, 4 \rightarrow 3$ etc.

Vocabulaire : On dit que y est l'image de x par la fonction en question, tandis que x est un antécédent de y par cette fonction. Notez bien que cela signifie que x ne peut avoir qu'une seule image par la fonction alors que y peut avoir plusieurs antécédents, ou aucun comme on va le voir.

Dans l'exemple précédent, 1 et 4 avaient pour image le même nombre 3. Par conséquent 3 a deux antécédents : 1 et 4. Le nombre 2 n'a, quant à lui aucun antécédent connu.

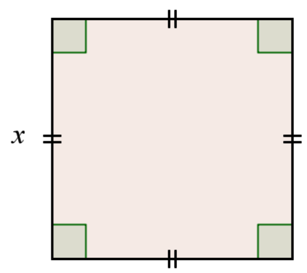
Il y a un nombre au départ : x et un nombre à l'arrivée : y. La fonction dit comment (par quels calculs ou par quel autre moyen) on fabrique y à partir de x. Elle dit aussi quelles valeurs peut prendre x. Nous allons voir qu'une fonction peut déterminer les images y par une expression numérique, par un graphique (une courbe) ou par un tableau de données.

Notation : Si on note f cette fonction, alors on peut résumer tout ceci par l'égalité $y = f(x)$. Cela se lit : « y égal f de x » mais cela signifie que y est l'image de x par la fonction f. Une autre notation utilisée pour décrire ceci est $f : x \rightarrow y$, qui se lit « f est la fonction qui, à x, associe le nombre y ».

Dans notre exemple 1, si la fonction s'appelle f, nous avions $f(1)=f(3)=3$; $f(2)=0$ et $f(3)=1$.

Exemple 2 : Supposons que nous nous intéressons à l'aire y de carrés de côtés x. Dans ce cas, $y = x^2$. Comme y se fabrique à partir de x, on dit que y dépend de x ou que y est fonction de x et si on note A cette fonction qui, à un côté x, associe une aire y, alors $A(x) = y = x^2$. En d'autre termes $A : x \rightarrow x^2$.

Avec des valeurs numériques, on a par exemple : $A(2) = 4$; $A(3) = 9$; $A(10) = 100$. 2 a pour image 4 par la fonction A ; 3 a pour image 9 et le nombre qui a pour image 100 par la fonction A est 10.



b) Tableau de données et représentation graphique

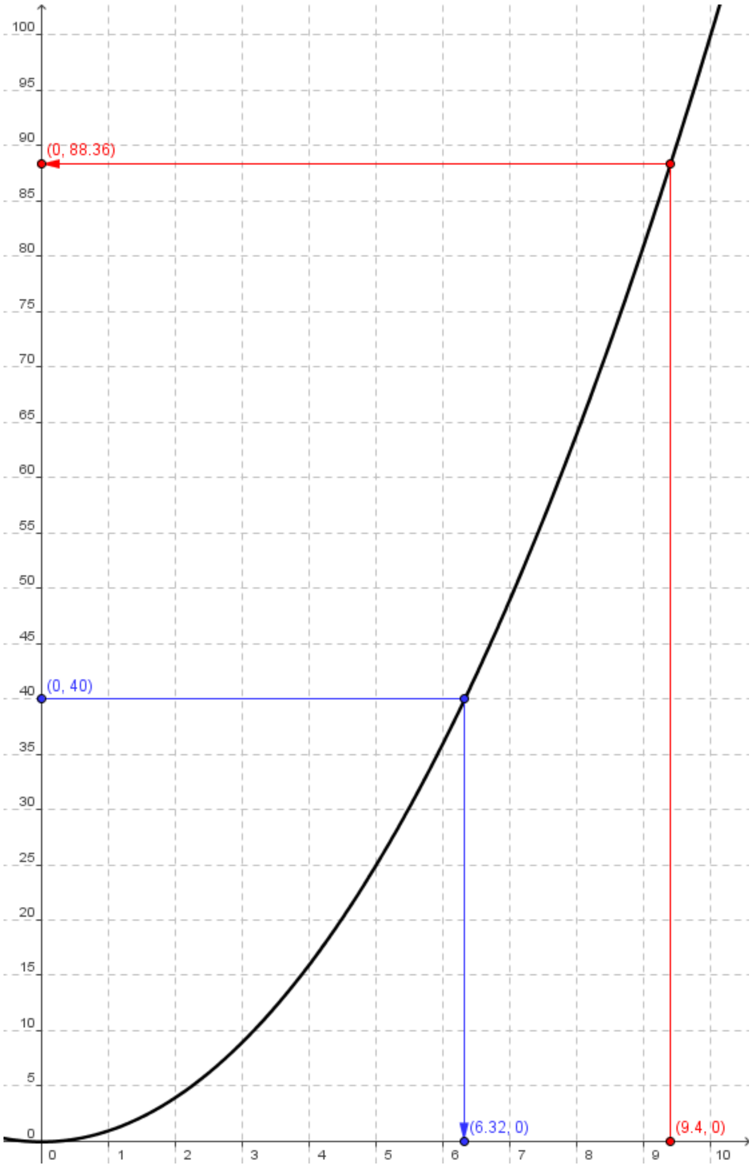
Ce sont les deux moyens généralement employés pour représenter une fonction : le **tableau** donne quelques valeurs numériques. La valeur du nombre variable x est choisie parmi la multitude (l'infinité) des valeurs possibles, ceci afin de se faire une idée des valeurs que peut prendre l'autre nombre y.

Le **graphique** représente, à l'aide d'une courbe, l'ensemble des couples (x ; y) auxquels nous conduit la fonction. Cette courbe est obtenue en joignant les quelques points du tableau de données. Une autre façon d'obtenir cette courbe est d'utiliser des moyens informatiques (calculatrice graphique, ordinateur).

Donnons le tableau de données et le graphique représentant la fonction, $A : x \rightarrow x^2$ pour $x>0$ car x étant une longueur ne peut être négatif. Choisissons les valeurs entières inférieure ou égales à 10.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$A(x)= x^2$	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

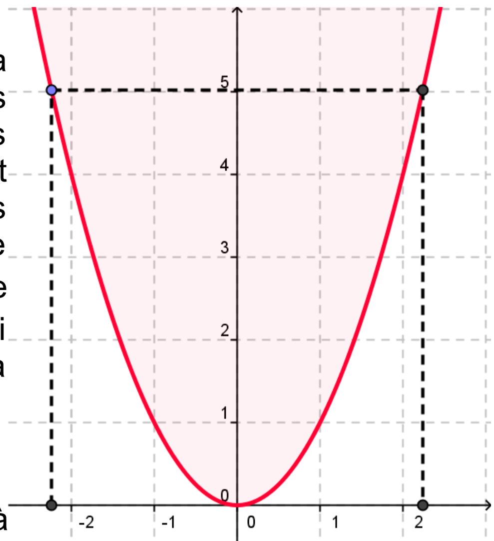
Notons qu'on aurait pu choisir d'autres valeurs : des valeurs intermédiaires non entières, ou des valeurs supérieures à 10. Ces valeurs sont plus faciles à calculer et peuvent être placées aisément dans un graphique.



Traçons maintenant la courbe représentant graphiquement cette fonction A pour x variant de 0 à 10. Nous remarquons que les points ne sont pas alignés. Ils sont sur une courbe qui s'incline de plus en plus fortement au fur et à mesure que x augmente.

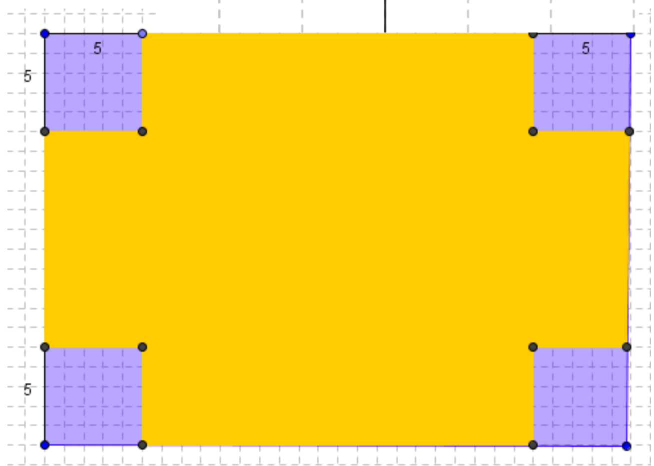
Nous avons ajoutés des traits en rouge qui permettent de *lire l'image* d'un nombre x choisi, ici de 9,4. Sur l'axe vertical nous lisons ainsi que le carré de 9,4 vaut 88,36. En bleu, nous avons tracé les traits nécessaires pour *lire l'antécédent* d'un nombre x choisi, ici 40. On voit que 40 est le carré de 6,32 (cette valeur est approximative, le nombre exact n'est pas décimal).

Exemple 3 : Pour compléter cet exemple et revenir sur la définition de la fonction - sur le fait que l'image est unique, alors que l'antécédent peut être multiple - examinons la même fonction $x \to x^2$, mais en autorisant les nombres négatifs. Le carré d'un nombre négatif existe en effet, par exemple $(-1)^2=1$; $(-2)^2=4$; etc. La courbe complète de cette fonction a donc une branche symétrique de l'autre côté de l'axe des ordonnées. Nous avons représenté cette courbe pour les valeurs de x comprises entre -2,5 et 2,5. Les traits en pointillés montrent que deux nombres ont le même carré : 5 a deux antécédents pour la fonction carré. L'antécédent positif est la racine carrée de 5, notée $\sqrt{5}$, et l'antécédent négatif est $-\sqrt{5}$. Il y a un nombre qui n'a qu'un seul antécédent : c'est 0. Et il y a des nombres qui n'ont aucun antécédent pour cette fonction : -1 par exemple n'a pas d'antécédent, le carré d'un nombre ne pouvant être négatif...



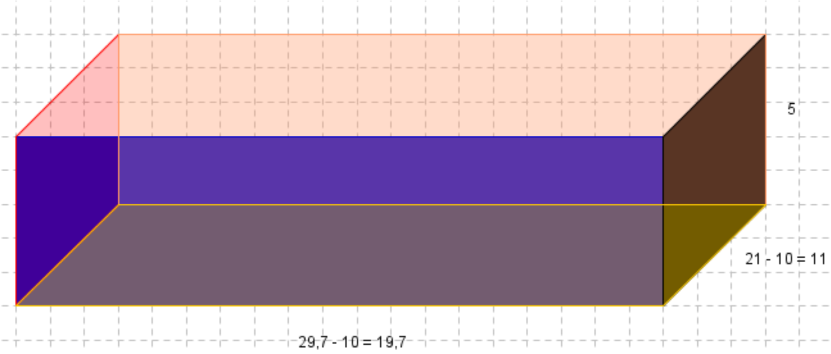
c) A quoi peut bien servir une fonction?

Nous donnons cet exemple un peu compliqué, pour montrer à quoi sert une fonction. Supposons donc que nous souhaitons découper les 4 coins d'une feuille de papier format A4 (21 par 29,7 cm) afin d'obtenir une boîte parallélépipédique, sans couvercle, selon le patron ci-contre. Sur ce patron nous avons donné au côté du carré qu'on enlève à chaque coin de la feuille, la valeur 5 cm. Mais cette valeur n'est donnée qu'à titre d'exemple. Si on note x le côté,



variable, des carrés qu'on enlève, alors on peut préciser plusieurs choses sur les valeurs possibles pour x.

- ✔ x doit être positif car c'est une longueur.
- ✔ x doit être inférieur à la moitié du plus petit côté de la feuille, donc inférieur à 10,5 cm, car 2 carrés doivent tenir côte à côte sur cette largeur.
- ✔ x peut prendre toutes les valeurs possibles entre 0 et 10,5. Pas seulement les nombres entiers ou les rationnels.



Les dimensions de la boîte sont toutes des valeurs qui dépendent de x :

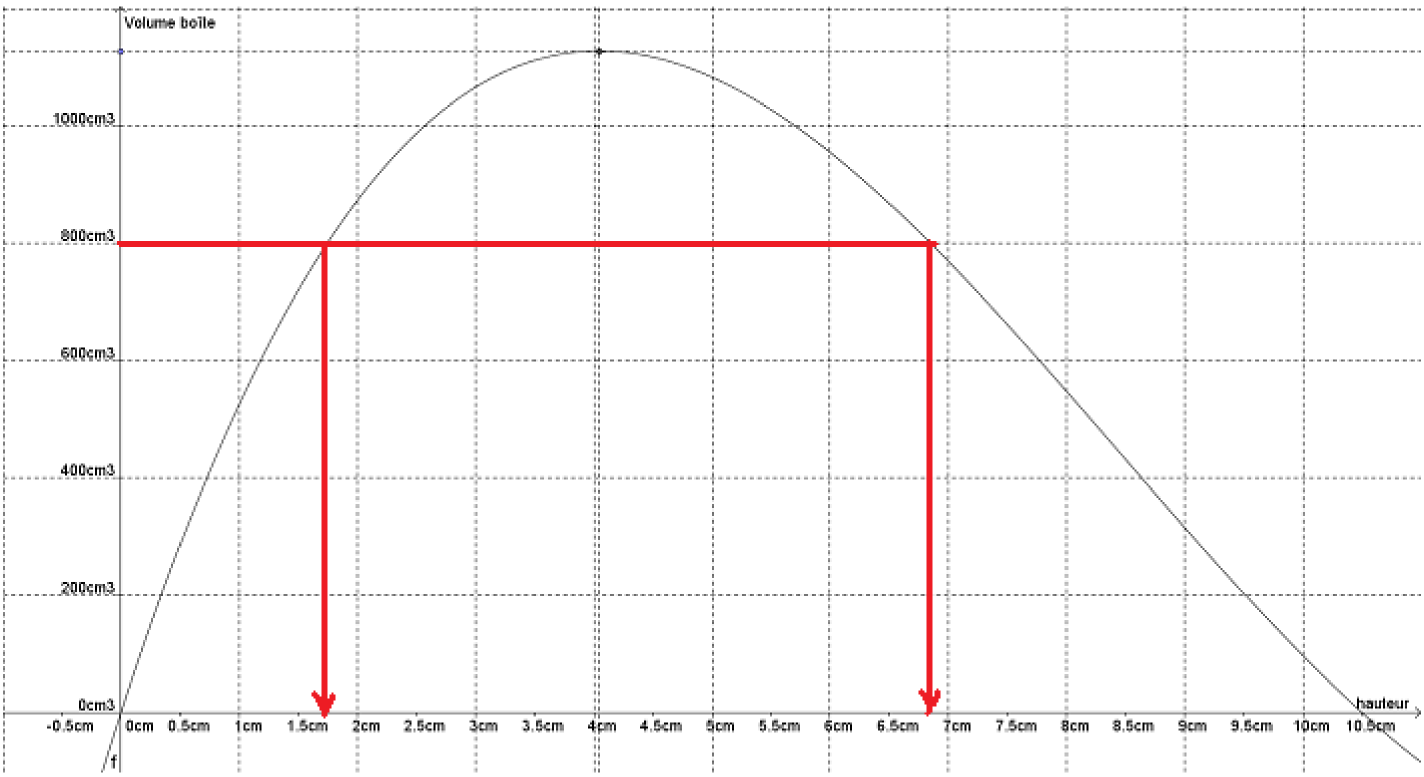
- La hauteur est : x
- La longueur est : $29{,}7 - 2x$
- La largeur est : $21 - 2x$

Le volume de la boîte est, lui aussi, dépendant de x. Il est égal au produit des 3 côtés de la boîte, soit : $V(x) = x \times (29{,}7 - 2x) \times (21 - 2x)$.

- Donnons un tableau de données pour la fonction V :

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$V(x)$	0	526	874	1067	1128	1084	956	769	548	316	97

Plaçons les points obtenus dans un graphique :



Un des intérêts d'avoir fait cette étude est qu'on puisse déterminer graphiquement la valeur qu'il faut donner à x pour que le volume de la boîte soit maximal (le plus grand possible). On lit que pour x = 4,1 cm environ, la fonction V passe par une valeur maximum égale approximativement à 1130 cm^3. En notant ce maximum V_{max} on a donc $V_{max} \approx 1130$ cm^3. Pour toutes les valeurs de x possibles, donc comprises entre 0 et 10,5 on a $V(x) \leq V \max$.

Un autre intérêt de cette étude est de montrer qu'il y a ici, en général, 2 valeurs de x qui donnent la même valeur de V. Par exemple, pour obtenir un volume de 800 cm^3 on a 2 possibilités : la plus petite vaut environ 1,7 cm, la plus grande vaut environ 6,8 cm (voir graphique).

NB : L'étude complète de cette fonction, avec la valeur exacte de son maximum, ne sera pas faite avant la classe de première. Pour étanchez votre soif de savoir et aiguiser votre appétit de connaissances, sachez que la valeur de x pour laquelle le volume est maximum est exactement égale à $8{,}45-\sqrt{19{,}4275}\approx 4{,}04233622$.

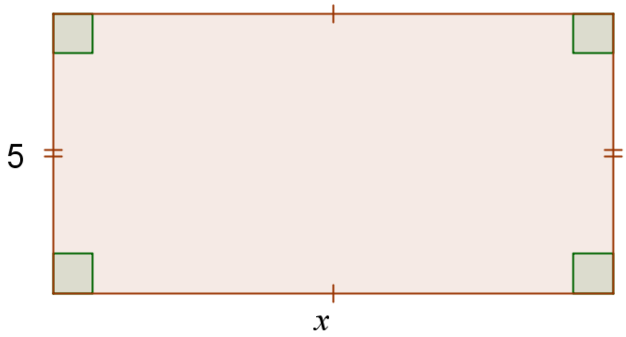
II] Fonctions linéaires

a) Définition

Une fonction linéaire traduit, dans le langage des fonctions, une situation de proportionnalité.

Une fonction f est donc linéaire lorsqu'à partir d'un nombre x, elle fabrique un nombre y proportionnel à x, c'est-à-dire multiplié par un coefficient indépendant de x. L'image de x par la fonction linéaire f est donc égale à $a\times x$, a étant le coefficient de proportionnalité.
D'où la définition suivante :
Si a est un nombre constant (indépendant de x), alors la fonction $f : x\to a\times x$ est linéaire. On appelle ce nombre a, le coefficient de linéarité de la fonction.

Exemple 1 : Un rectangle mesure 5 cm de large sur x cm de long. L'aire de ce rectangle est dépendante de x. On va donc la nommer $A(x)$ avec la définition suivante pour la fonction $A : x\to 5\times x$. Nous voyons donc que L'aire de ce rectangle est une fonction linéaire du côté x. Le périmètre du rectangle est aussi dépendant de x. On va le nommer $P(x)$ avec la définition suivante pour la fonction $P : x\to(5+x)\times 2$. En développant cette expression nous trouvons que $P(x)=2\times x+10$. Nous constatons donc que le périmètre du rectangle n'est pas une fonction linéaire du côté x (il n'est pas de la forme $a\times x$).



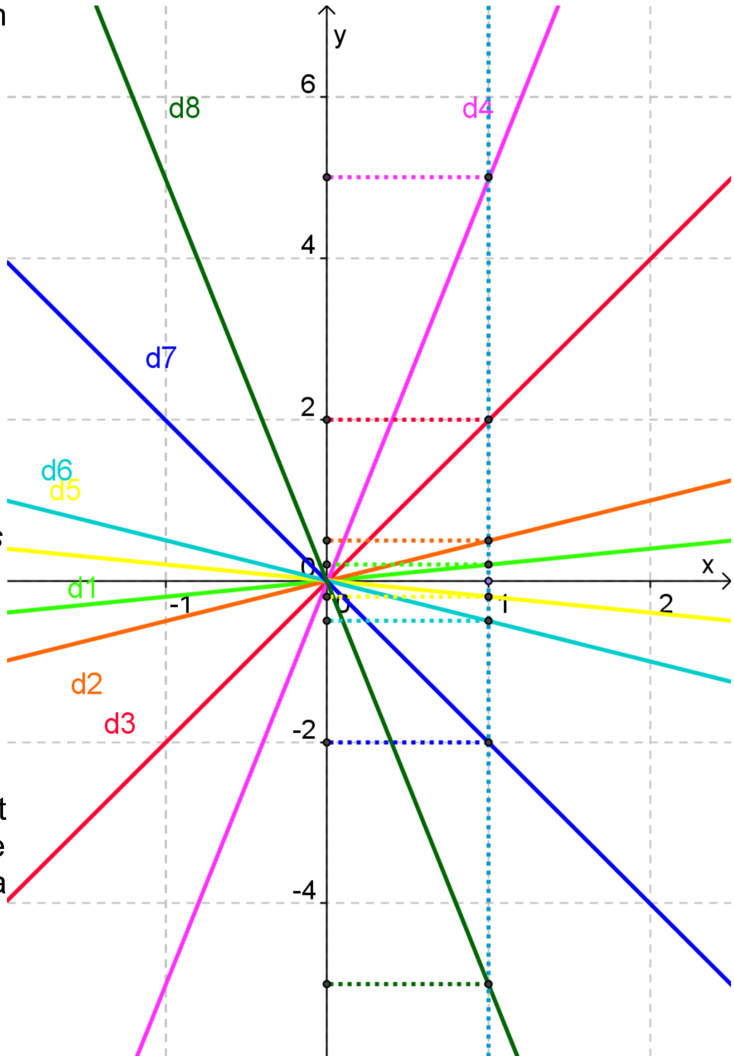
Exemple 2 : Soit f la fonction définie par $f : x\to 5(3+x)-3(2-x)$. Si on développe l'expression de $f(x)$, on trouve $f(x)=15+5x-6+3x=8x$. Cette expression est bien de la forme $a\times x$ où a est un nombre indépendant de x, donc f est une fonction linéaire de coefficient 8.

b) Propriétés

Si f est une fonction linéaire de coefficient a, alors nous avons les propriétés suivantes (ce sont celles de la situation de proportionnalité) :
- $f(0)=0$
- $f(1)=a$
- Pour tout nombre x le rapport $f(x)/x$ est constant, égal au coefficient de linéarité a.
- La représentation graphique de f est une droite passant par l'origine.

Pour illustrer ce dernier point et visualiser le rôle du coefficient de linéarité sur la droite, traçons les droites représentant les fonctions linéaires suivantes

$f_1 : x \mapsto 0{,}2x$; $f_5 : x \mapsto -0{,}2x$
$f_2 : x \mapsto 0{,}5x$; $f_6 : x \mapsto -0{,}5x$
$f_3 : x \mapsto 2x$; $f_7 : x \mapsto -2x$
$f_4 : x \mapsto 5x$; $f_8 : x \mapsto -5x$



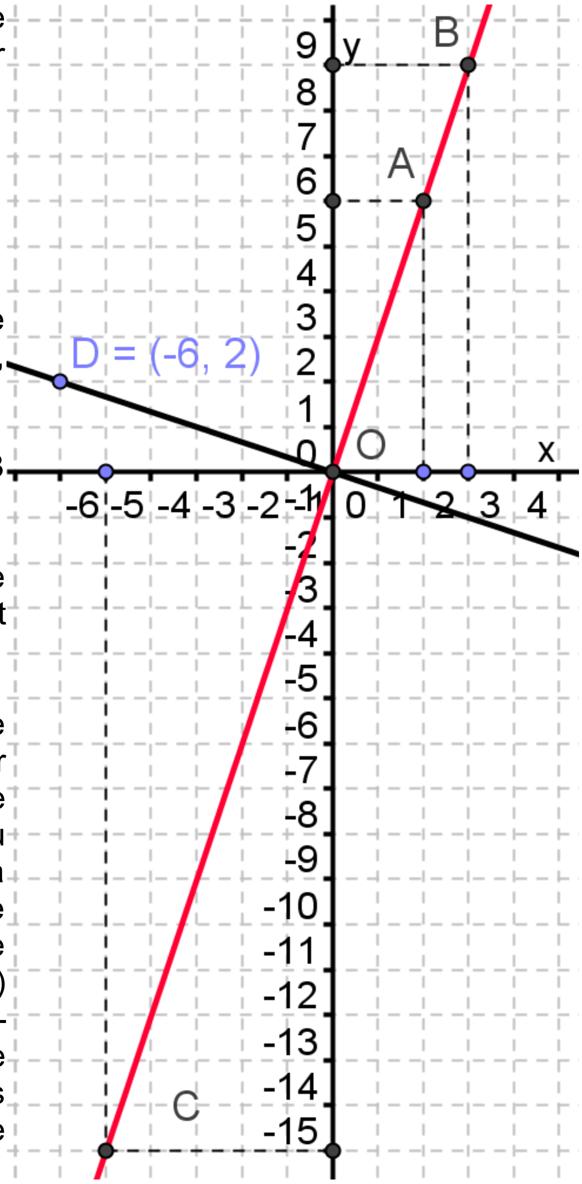
Nous constatons que ces droites sont concourantes et que leur direction est fixée par le coefficient a selon la règle : si a est positif la droite monte et plus a est grand, plus la droite monte vite. Si a est négatif elle descend et plus il est petit, plus elle descend vite.

Application : Montrons que les points A, B et C de coordonnées A(2;6), B(3;9) et C(-5;-15) sont alignés. Pour cela calculons les rapports y/x pour les 3 points :

- 6/2=3
- 9/3=3
- -15/(-5)=3

Ainsi, les ordonnées de ces 3 points sont obtenus par une même fonction linéaire de coefficient 3. Par conséquent, ces 3 points sont alignés sur une même droite.

Traçons maintenant cette droite et plaçons les points A, B et C.



Pour qu'un point appartiennent à cette droite il faut que ses coordonnées vérifient l'égalité $y=3x$. Cette égalité est appelée "équation de la droite".

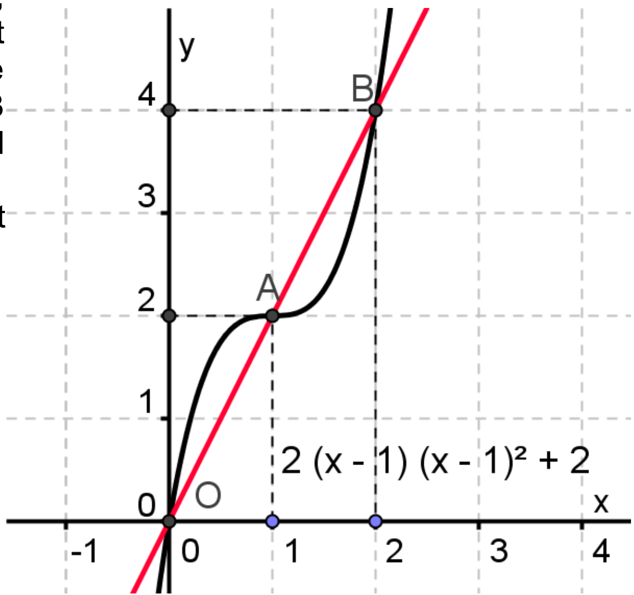
Traçons sur le même graphique une droite perpendiculaire à celle d'équation $y=3x$ et passant par l'origine. Cette 2ème droite représente une fonction linéaire de coefficient a'. Calculons a' à partir des coordonnées du point D(-6;2) [vous pourrez vérifier à l'aide de la réciproque du théorème de Pythagore, que le triangle AOD est bien rectangle en O]. Le coefficient de linéarité étant égal au rapport y/x, pour cette droite il vaut 2/(-6) soit -1/3. L'équation de cette droite perpendiculaire est $y=-x/3$ (car $x\times(-1/3)=-x/3$). Remarquons que les rapports de ces 2 droites perpendiculaires sont inverses et opposés en même temps. Cette propriété se généralise mais elle n'est pas à connaître en 3ème.

Remarque : la condition $f(0)=0$ n'est pas suffisante pour qu'une fonction soit linéaire. Par exemple, la fonction carrée $x \mapsto x^2$ vérifie cette condition sans être une fonction linéaire.
Une autre remarque : supposons qu'une fonction f vérifie $f(0)=0$ et $f(1)=2$ et $f(2)=4$. Cela suffit-il pour affirmer que f est linéaire? Et bien, en toute rigueur, non. Il se pourrait que la fonction prenne ces valeurs satisfaisantes pour une fonction linéaire de coefficient 2 uniquement pour ces 3 valeurs de x, et qu'elle prenne des valeurs non satisfaisantes pour d'autres valeurs de x. Bon, je vous l'accorde, cette fonction ne serait pas très sympa, mais il faut bien comprendre qu'une fonction doit être définie pour un tout un ensemble de valeurs de x qu'il faut préciser, et pas seulement pour 2 ou 3 valeurs seulement (cela ne servirait pas à grand chose alors).
Examinez un peu la fonction g suivante (qui n'est pas linéaire) $g : x \mapsto 2\times(x-1)^3+2$
Calculons les images de 0, 1 et 2 par g :

$$g(0)=2\times(0-1)^3+2=2\times(-1)+2=-2+2=0$$

$$g(1)=2\times(1-1)^3+2=2\times 0+2=2$$

$$g(2)=2\times(2-1)^3+2=2\times 1+2=4$$



Cette fonction g satisfait donc autant les conditions initiales que la fonction linéaire de coefficient 2. Alors comment choisir entre ces 2 solutions (et il y en a d'autres...)? Le bon sens nous dicte de choisir la plus simple des solutions, et ce qu'il y a de plus simple ici, évidemment c'est la fonction linéaire!

III] Fonctions affines

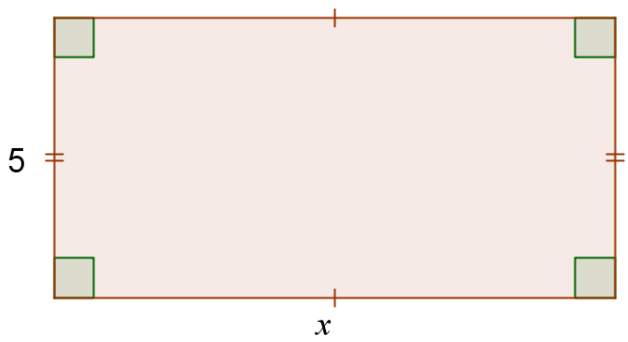
a) Définition

Une fonction f est affine si, à tout nombre x, elle associe le nombre $y= a\times x+ b$, où a et b sont deux coefficients indépendants de x.

La notation $f:x\rightarrow ax+b$ définit donc une fonction affine. L'image $f(x)$ d'un nombre x est composée de la somme d'une partie fixe b (indépendante de la variable x) et d'une partie variable $a\times x$, proportionnelle à x.

Remarque : Ce serait vers 1748 que le grand mathématicien suisse L. Euler aurait mentionné, à propos de courbes qui seraient obtenues les unes des autres en changeant une des échelles sur un axe, que ces courbes avaient quelques affinités entre elles, dans le sens qu'elles étaient voisines, proches (du latin *affinitas*, voisinage). De là on définira ce qu'on appelle aujourd'hui les transformations affines qui généralisent la notion de fonction affine que l'on étudie en 3ème.

Exemple 1 : Un rectangle mesure 5 cm de large sur x cm de long. Le périmètre du rectangle dépend de x. On va le nommer $P(x)$ avec la définition suivante pour la fonction $P:x\rightarrow(5+x)\times2$. En développant cette expression nous trouvons que $P(x) = 2x + 10$. Nous constatons donc que le périmètre du rectangle est une fonction affine du côté x (il est de la forme $ax+b$). La partie fixe de $P(x)$ est 10, la partie proportionnelle à x, est $2x$ (le double de x). On peut calculer le périmètre de ce rectangle pour une valeur donnée de x.



x	0	1	2	3	4	5	6	3
$2x$	0	2	4	6	8	10	12	6
$P(x) = 2x+10$	10	12	14	16	18	20	22	16

Exemple 2 : Soit f la fonction définie par $f:x\rightarrow5(3+x)-3(2-x)$. Si on développe l'expression de $f(x)$, on trouve $f(x)=15+5x-6+3x=8x+9$. Cette expression est bien de la forme $ax+b$ où $a=8$ *et* $b=9$ sont deux nombres indépendants de x, donc f est une fonction affine.

b) Cas particuliers remarquables

Les fonctions linéaires sont des fonctions affines. En effet une fonction f est linéaire si, pour tout nombre x, on a $f(x)=a\times x$. Cette expression est bien de la forme $ax+b$, avec b=0. Les fonctions linéaires sont les fonctions affines à partie fixe nulle. Comme il ne reste que la partie proportionnelle, les fonctions linéaires représentent les situations de proportionnalité.

Un autre cas particulier : **les fonctions constantes**. Une fonction f est *constante* si, pour tout nombre x, on a $f(x)=\text{valeur constante}$ où « valeur constante » est un nombre indépendant de x. Ici, on a bien aussi une expression de la forme $ax+b$, avec cette fois a = 0 et b = « valeur constante », c'est-à-dire $f(x)=b$. Lorsque la partie proportionnelle est toujours nulle (c'est alors le coefficient a qui est nul), on a une fonction constante. Pour une fonction constante, les images de n'importe quel nombre sont égales.

Exemple : Si on a $g:x\rightarrow5$, g est une fonction constante, égale à 5 pour toute valeur de x. Les images de 0, 1, $\frac{1}{3}$ et π sont $g(0)=5$, $g(1)=5$, $g(\frac{1}{3})=5$ et $g(\pi)=5$.

c) Calculs d'images et d'antécédents

Pour l'image, il suffit d'utiliser la formule $f(x)=a\times x+b$.

D'une façon générale, l'image de 0 est $f(0)=a\times0+b=b$ et l'image de 5 est $f(5)=5a+b$.

Pour l'antécédent de y, on peut inverser la formule $y=a\times x+b$, car on cherche à calculer x connaissant y. Cela donne d'abord $y-b=a\times x$, puis $\frac{y-b}{a}=x$. On peut donc voir que x est obtenu à

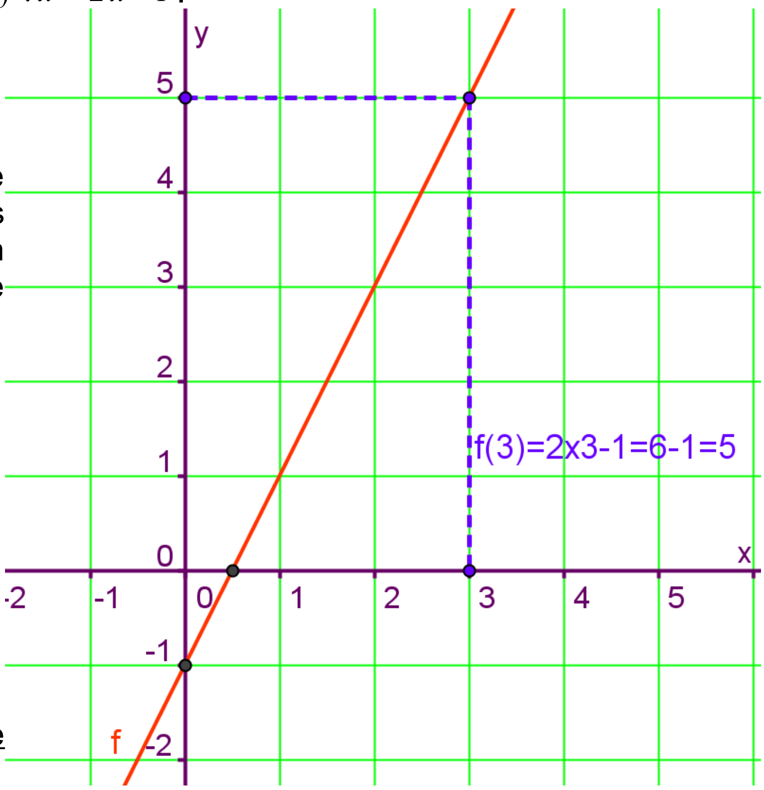
partir de y par une fonction affine de x car $x=\frac{y-b}{a}=\frac{y}{a}-\frac{b}{a}=(\frac{1}{a})\times y+(\frac{-b}{a})$.
L'antécédent de 0 vérifie $f(x)=a\times x+b=0$ et vaut $x=\frac{0-b}{a}=\frac{-b}{a}$. L'antécédent de 0 est donc égal à $\frac{-b}{a}$. L'antécédent de 5 vérifie $f(x)=a\times x+b=5$ et donc vaut $x=\frac{5-b}{a}$.

<u>Exemple</u> : Soit k la fonction définie par $k(x)=\frac{2}{3}\times x-\frac{1}{6}$.
Calculons l'image de 2 et l'antécédent de 0 :
$k(2)=\frac{2}{3}\times 2-\frac{1}{6}=\frac{4}{3}-\frac{1}{6}=\frac{7}{6}$. L'image de 2 par k est donc $\frac{7}{6}$.
L'antécédent de 0 vérifie $k(x)=\frac{2}{3}\times x-\frac{1}{6}=0$, et donc $\frac{2}{3}\times x=\frac{1}{6}$ soit, finalement $x=\frac{1}{6}\div\frac{2}{3}=\frac{1}{6}\times\frac{3}{2}=\frac{1}{4}$.
Complétons le tableau de données suivant qui demande les images et les antécédents de 0 et 2 :

x	0	2	$\frac{1}{6}\times\frac{3}{2}=\frac{1}{4}$	$(2+\frac{1}{6})\div\frac{2}{3}=\frac{13}{6}\times\frac{3}{2}=\frac{13}{4}$
$k(x)=\frac{2}{3}\times x-\frac{1}{6}$	$\frac{2}{3}\times 0-\frac{1}{6}=\frac{-1}{6}$	$\frac{2}{3}\times 2-\frac{1}{6}=\frac{7}{6}$	0	2

b) <u>Représentation graphique d'une fonction affine</u>

f étant une fonction affine, plaçons dans un repère du plan, les points de coordonnées (x ; $f(x)$).
Prenons pour faire cela, la fonction suivante : $f:x\rightarrow 2x-1$.
$f:0\rightarrow -1$ donc $f(0)=-1$.
$f:0{,}5\rightarrow 2\times 0{,}5-1=0$ donc $f(0{,}5)=0$.
$f:3\rightarrow 2\times 3-1=5$ donc $f(3)=5$.



Mettons ces trois points dans le graphique (voir figure ci-contre). On remarque que ces points sont alignés sur une droite (tracée en rouge). Est-ce une coïncidence, ou bien est-ce toujours le cas pour une fonction affine?
C'est une propriété caractéristique des fonctions affines, nous l'admettrons pour le moment :

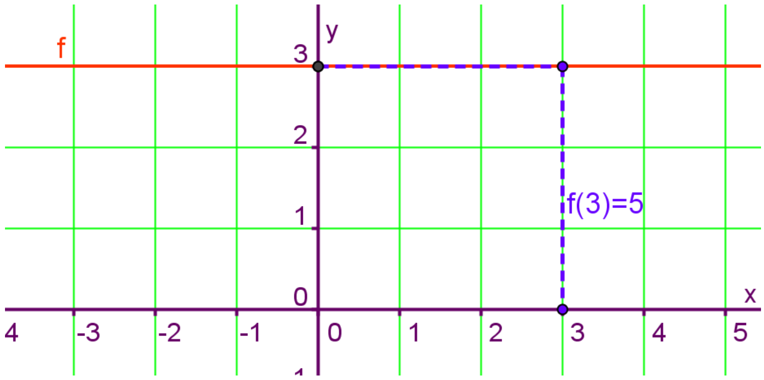
Si f est une fonction affine, les points de coordonnées (x ; $f(x)$) sont tous alignés sur une droite appelée d_f qui est la représentation graphique de la fonction.

<u>Intersections de la droite représentant une fonction affine et les axes du repère</u> :

- ✔ L'intersection avec l'axe des ordonnées (axe de la coordonnée y) nous est donnée par l'image de 0. L'image de 0 par une fonction affine f de coefficients a et b est $f(0)=a\times 0+b=b$. On a toujours $f(0)=b$. Donc, dans le graphique, la droite d_f représentant f passe toujours par le point de coordonnées (0 ; b). Pour cette raison, on appelle le coefficient b : ordonnée à l'origine.

- ✔ L'intersection avec l'axe des abscisses (axe de la coordonnée x) nous est donnée par l'antécédent de 0. L' antécédent de 0 par une fonction affine f de coefficients a et b est tel que $f(x)=a\times x+b=0$. On en déduit $a\times x=-b$, et donc, lorsque $a\neq 0$, $x=\frac{-b}{a}$. Donc, dans le graphique, la droite d_f représentant f passe toujours par le point de coordonnées ($\frac{-b}{a}$; 0).

Que se passe t-il si a = 0 ?
Nous avons déjà vu que dans ce cas, la fonction affine est une fonction constante. Sa représentation graphique sera une droite horizontale (parallèle à l'axe des abscisses) qui coupe l'axe des ordonnées au points d'ordonnée b, mais qui ne coupe pas l'axe des abscisses. Si b = 0 la droite est confondue avec celui-ci mais si $b \neq 0$ (cas général) la droite et l'axe sont strictement parallèles. Sur l'illustration ci-contre, nous avons représenté une fonction constante de coefficient 3, c'est-à-dire que pour tout nombre x, $f : x \rightarrow 3$.



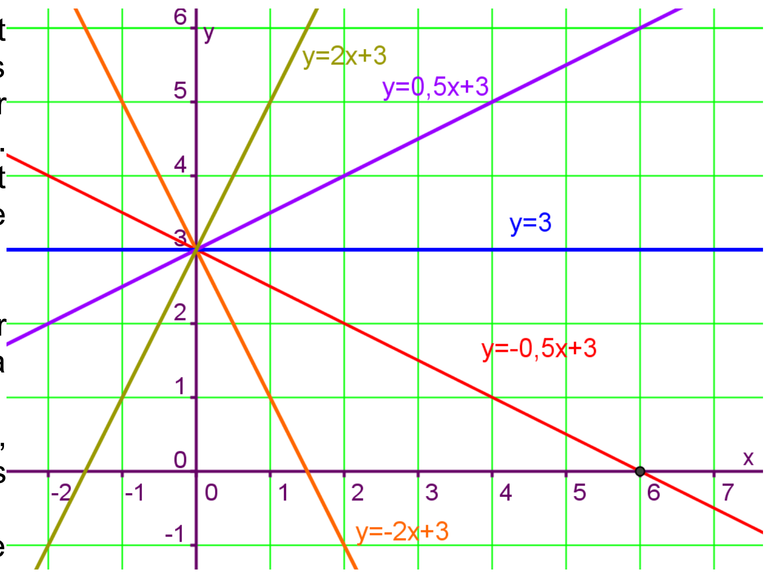
b) <u>Taux d'accroissement d'une fonction affine</u>

On appelle taux d'accroissement d'une fonction f, le rapport entre l'accroissement des images y et l'accroissement des nombres x (le mot accroissement signifie augmentation). En d'autres termes, on divise l'augmentation des y par l'augmentation des x correspondants. Cela s'écrit $\frac{f(x)-f(x')}{x-x'}$ où x et x' sont les deux valeurs différentes du nombre de départ.
Dans le cas d'une fonction affine de coefficients a et b, ce taux d'accroissement entre deux valeurs différentes de x devient $\frac{a\times x+b-(a\times x'+b)}{x-x'}=\frac{a\times(x-x')}{x-x'}=a$. Nous voyons que ce rapport est constant. Cela signifie que l'accroissement des valeurs de y est proportionnel à l'accroissement des valeurs de x : $f(x)-f(x')=a\times(x-x')$.

Cette propriété caractéristique des fonctions affines (avoir un taux d'accroissement constant) va avoir un intérêt pratique : la direction de la droite d_f – on parle de *pente* – est donnée par le coefficient a :

- Si la pente est nulle (a = 0) la fonction est constante et la droite horizontale.
- Si la pente est positive (a > 0) la fonction est *croissante*, la droite monte lorsque x augmente.
- Si la pente est négative (a < 0) la fonction est *décroissante*, la droite descend lorsque x augmente.

Voyons ce que cela donne graphiquement pour différentes valeurs de a. Nous avons choisi les valeurs a=0, a=1/2, a=1, a=2 et pour les valeurs négatives a=-1, a=-1/2 et a=-2. Prenons une même valeur pour le coefficient b (ici nous avons pris b = 3) afin de bien voir le rôle du coefficient a.



Nous avons utilisé l'adjectif *croissante* pour parler d'une fonction affine de coefficient a positif. Donnons une définition à ce terme :
<u>Propriété</u> : Une fonction est dite *croissante* si, lorsque les valeurs de x augmentent, les valeurs de y augmentent aussi.
On a le même genre de définition pour le terme *décroissante*.

En résumé, si f est une fonction affine:

Si f est une fonction affine de coefficients a et b alors nous avons les propriétés suivantes :
$f(0) = b$ *et* $f(1)-f(0) = a$
D'une façon générale, pour tout couple de nombres (x_1, x_2) le rapport ($f(x_1)$-$f(x_2)$)/(x_1- x_2) est constant, égal au coefficient de linéarité a. La représentation graphique de f est une droite.