Sujet du Brevet des Collèges de juin 2010 - CORRECTION -

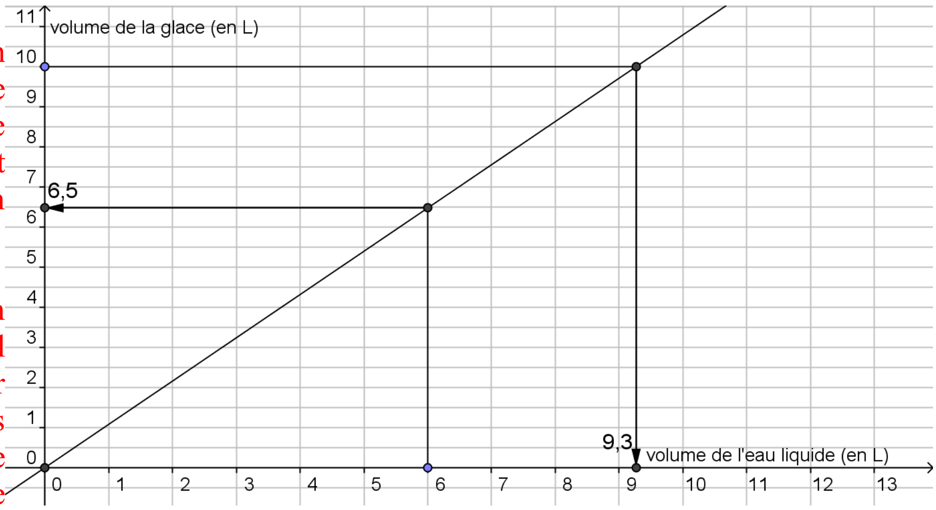
Activités numériques –Exercice 1

	Question 1) a)	Question 1) b)	Question 2 et 3)
	2	3	x
• Choisir un nombre de départ			
• Multiplier ce nombre par (−2)	$2\times(-2) = -4$	$3\times(-2) = -6$	$x\times(-2) = -2x$
• Ajouter 5 au produit	$-4+5 = 1$	$-6+5 = -1$	$-2x + 5$
• Multiplier le résultat par 5	$1\times5 = 5$	$-1\times5 = -5$	$(-2x + 5)\times5$
• Ecrire le résultat obtenu	5	−5	$-10x + 25$

2) Le programme de calcul donne pour un nombre quelconque noté x, le nombre $(-2x + 5)\times5$. Cette expression se développe en donnant : $-10x + 25$. Pour obtenir 0 comme résultat, il faut que le nombre de départ, x, vérifie l'égalité $-10x + 25 = 0$ qui revient à $-10x = -25$ et donc, $x = -25\div(-10) = 25\div10 = 2{,}5$. Il fallait donc prendre 2,5 au départ.

3) Arthur affirme que $-10x + 25 = (x - 5)^2 - x^2$. Transformons cette égalité en développant le membre de droite (l'expression d'Arthur) : $(x - 5)^2 - x^2 = x^2 - 2\times5\times x + 5^2 - x^2 = -10x + 25$. Arthur a donc raison, les deux expressions donnent le même résultat.

Activités numériques –Exercice 2



1) a) Par lecture graphique, on voit que le volume de glace obtenu à partir de 6 litres de liquide est 6,5 litres (c'est l'image de 6 par la fonction représentée sur le graphique).

b) Par lecture graphique, on voit que le volume d'eau qu'il faut mettre à geler pour obtenir 10 litres de glace est 9,3 litres environ (c'est l'antécédent de 10 par la fonction représentée sur le graphique).

2) On peut dire que le volume de glace est proportionnel au volume d'eau car les points de la représentation graphique sont alignés sur une droite qui passe par l'origine.

3) Si 10 litres d'eau donnent 10,8 litres, le coefficient de linéarité est $\frac{10{,}8}{10} = 1{,}08$. Cela correspond à un taux d'augmentation de 8% . En effet, si le coefficient multiplicateur $C = 1 + \frac{t}{100}$, alors $t = (C - 1)\times100$. Et donc ici, $t = (1{,}08 - 1)\times100 = 0{,}08\times100 = 8$.

Activités géométriques 1

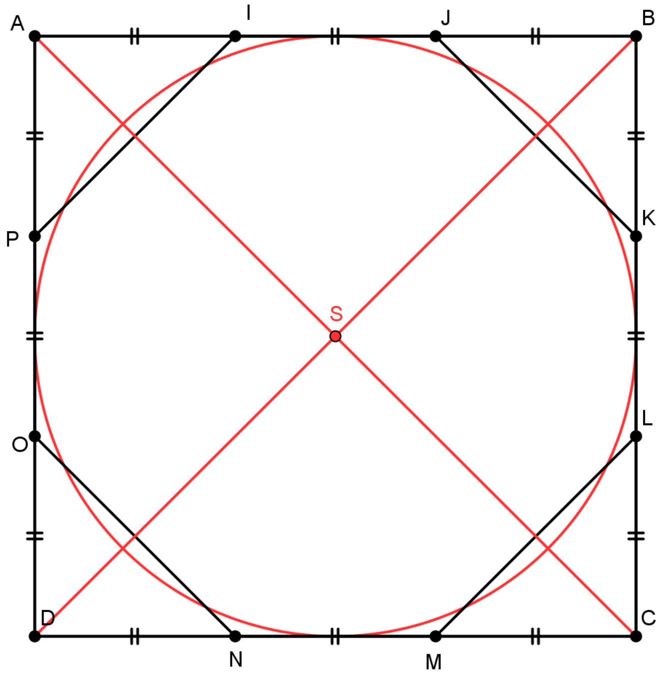
1) Faire une figure en vraie grandeur.

2) a) BJK est un triangle rectangle en B (car ABCD est un carré) donc on peut appliquer le théoème de Pythagore : $BJ^2 + BK^2 = JK^2$.

Comme BJ = BK = 3, on a donc :

$JK^2 = 3^2 + 3^2 = 9 + 9 = 18$

D'où $JK = \sqrt{18} = \sqrt{9\times 2} = \sqrt{9}\times\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$.



b) L'octogone IJKLMNOP n'est pas un octogone régulier car tous ses côtés ne sont pas égaux : JK mesure $3\sqrt{2}$ tandis que IJ mesure 3. Dans un polygone régulier, tous les côtés doivent être égaux, donc IJKLMNOP n'est pas un octogone régulier.

c) Pour calculer l'aire de l'octogone IJKLMNOP, on va enlever l'aire des 4 triangles isocèles-rectangles à celle du carré :

$$Aire_{IJKLMNOP} = Aire_{ABCD} - 4\times Aire_{BJK} = 9^2 - 4\times\left(\frac{3^2}{2}\right) = 81 - 4\times\frac{9}{2} = 81 - \frac{36}{2} = 81 - 18 = 63$$

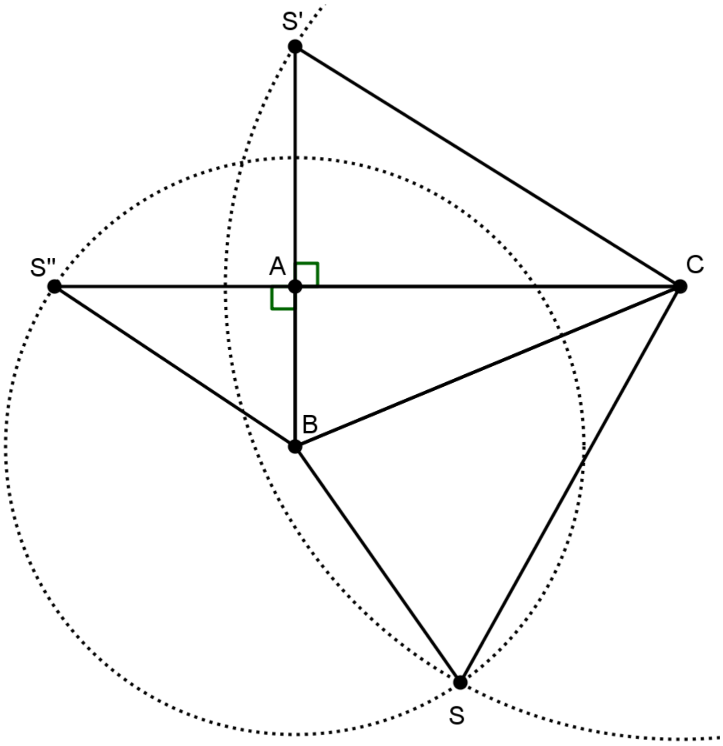
L'octogone IJKLMNOP a donc une aire de 63 cm².

3) a) Les diagonales de ABCD se coupent en S. Le cercle de centre S et de diamètre 9 cm passe par les milieux des côtés du carré (voir figure).

b) Le disque de centre S et de diamètre 9 cm a une aire égale à $\pi\times r^2 = \pi\times\left(\frac{9}{2}\right)^2 = \pi\times\frac{81}{4} = 20{,}25\pi \approx 63{,}617$ cm², donc légèrement plus que l'octogone IJKLMNOP (car 63,617>63).

Activités géométriques 2

1) Le triangle ABC est tel que AB = 2 cm, AC = 4,8 cm et BC = 5,2 cm (voir la figure).



2) Pour vérifier ce qu'il semble (qu'il y a un angle droit en A) calculons :

$BC^2 = 5{,}2^2 = 27{,}04$.

$AB^2 + AC^2 = 2^2 + 4{,}8^2 = 4 + 23{,}04 = 27{,}04$.

On voit que $AB^2 + AC^2 = BC^2$ et donc, d'après la réciproque de Pythagore, le triangles ABC est rectangle en A.

3) Le patron en vraie grandeur de la pyramide a 4 faces triangulaires. Pour la face SBC qui n'avait pas été tracée dans le sujet, on utilise le compas pour reporter les longueurs BS et CS.

4) Le volume de la pyramide SABC est de 4,8 cm³ car :

$$\frac{1}{3}Base\times hauteur = \frac{1}{3}\times\frac{AB\times AC}{2}\times SA = \frac{1}{3}\times\frac{2\times 4{,}8}{2}\times 3 = \frac{\cancel{2}\times 4{,}8\times\cancel{3}}{\cancel{3}\times\cancel{2}} = 4{,}8.$$

PROBLEME (12 points)

Partie I: peinture des murs et du plafond

1) a) Le plafond est un rectangle de 5,20 m par 6,40 m, son aire est 5,20 × 6,40 = 33,28 m².

b) La peinture couvre 4 m² pour 1 litre, il faut donc 33,28 ÷ 4 = 8,32 litres.

2) a) Les murs ont un périmètre de (6,40 + 5,20) ×2 = 23,20 m et une hauteur de 2,80 m. L'aire de ces murs (sans les ouvertures) est donc 23,20 × 2,80 = 64,96 m². Les 3 baies vitrées (2 m sur 1,60 m) et la porte (2 m sur 0,80 m) ont une aire totale de 3 × (2,00 × 1,60) + (2,00 × 0,80) = 11,2 m². Les murs à repeindre représentent donc une aire égale à 64,96 − 11,2 = 53,76 m², soit, environ 54 m².

b) La peinture couvre 4 m² pour 1 litre, il faut donc 54 ÷ 4 = 13,5 litres.

3) Les murs et le plafond nécessitent 8,32 + 13,5 = 21,82 litres de peinture. Comme chaque pot contient 5 litres de peinture, il faut 21,82 ÷ 5 = 4,364 pots de peinture, donc l'entreprise devra disposer de 5 pots.

Partie II: pose d'un dallage sur le sol

1) Déterminons le Plus Grand Diviseur Commun de 640 et 520 avec l'algorithme d'Euclide :

a	b	r
640	520	120
520	120	40
120	40	0

donc PGCD(640 ; 520) = 40.

2) a) Pour couvrir le sol avec des dalles non découpées, il faut prendre un diviseur de 640 et 520. Le plus grand étant 40, tous les diviseurs de 40 divisent 640 et 520 : 20 et 40 sont donc des tailles possibles pour les dalles du sol. 30, 35 et 45 ne divisent pas 40 donc ne divisent pas 640 et 520.

b) Si on prend des dalles de 20 cm, il faudra 32 dalles en longueur et 26 dalles en largeur (640÷20=32 et 520÷20=26), soit au total 32×26=832 dalles. Si on prend des dalles de 40 cm, il faudra 16 dalles en longueur et 13 dalles en largeur (640÷40=16 et 520÷40=13), soit au total 16×13=208 dalles.

Partie III: coût du dallage

1) Pour une commande de 9 paquets de 10 dalles avec le grossiste A (48€ le paquet, livraison gratuite), le prix est de 9×48 = 432 €.

Pour une commande de 9 paquets de 10 dalles avec le grossiste B (42€ le paquet, 45€ de livraison), le prix est de 9×42 + 45 = 423 €.

2) a) Si on not n le nombre de paquets, avec le grossiste A le prix est $P_A = n×48$ €.

b) Avec le grossiste B le prix est $P_B = n×42 + 45$ €.

3) a) Nous avons représenté les 2 prix P_A et P_B sur le graphique ci-contre.

b) Pour un nombre de paquets inférieur ou égal à 7 P_A est plus intéressant pour le client. A partir de 8 paquets achetés c'est P_B le plus avantageux.