Sujet du Brevet des Collèges de juin 2008- CORRECTION -

Activités numériques –Exercice 1

	Question 1)	Question 2)			Question 3)
• Choisir un nombre.	10	-5	$\frac{2}{3}$	$\sqrt{5}$	x
• Le multiplier par 3.	10×3=30	3×(-5) = -15	$3\times\frac{2}{3}=2$	$\sqrt{5}\times3=3\sqrt{5}$	$x\times3=3x$
• Ajouter le carré du nombre choisi.	$30+10^2=130$	$-15+10^2=85$	$2+(\frac{2}{3})^2=\frac{22}{9}$	$3\sqrt{5}+(\sqrt{5})^2=5+3\sqrt{5}$	$3x+x^2$
• Multiplier par 2.	130×2=260	85×2=170	$\frac{22}{9}\times2=\frac{44}{9}$	$(5+3\sqrt{5})\times2=10+6\sqrt{5}$	$(3x+x^2)\times2$
• Ecrire le résultat.	260	170	$\frac{44}{9}$	$10+6\sqrt{5}$	

3) Le programme de calcul donne pour un nombre quelconque noté x, le nombre $(3x + x^2)\times2$. Cette expression se factorise en donnant : $2x(3+x)$. On voit alors que pour avoir 0 à la fin du programme, il faut que l'on ait au départ : $2x = 0$ ou bien $3 + x = 0$, ce qui conduit à $x = 0$ ou $x = -3$.

Activités numériques –Exercice 2

Pour savoir si 2 est solution de l'équation $2a^2 – 3a – 5 = 1$, on remplace a par 2 et on conclue :
$2\times2^2 – 3\times2 – 5 = 8 – 6 – 5 = 2 – 5 = – 3 \neq 1$.
Conclusion : 2 n'est pas solution de l'équation car l'égalité n'est pas vraie (– 3 n'est pas égal à 1).

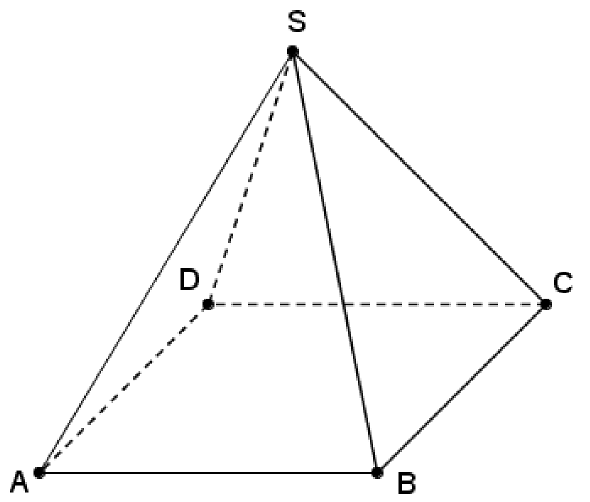
Activités numériques –Exercice 3

Pour savoir si les 3 points A, B et C d'abscisses $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$ et $\frac{5}{12}$ sont régulièrement espacés on peut commencer par convertir les abscisses au même dénominateur, 12 fera l'affaire : $\frac{1}{4}=\frac{1\times3}{4\times3}=\frac{3}{12}$, $\frac{1}{3}=\frac{4}{12}$ Par conséquent les points A, B et C sont rangés dans cet ordre et régulièrement espacés, car la différence entre 2 abscisses consécutives est toujours égale à 1 douzième ($\frac{4}{12}-\frac{3}{12}=\frac{1}{12}$, et $\frac{5}{12}-\frac{4}{12}=\frac{1}{12}$).

Activités numériques –Exercice 4

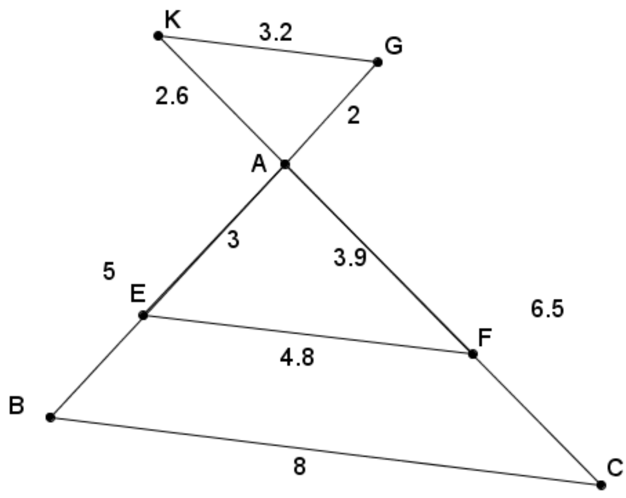
Notons x le prix d'un kilogramme de vernis et y le prix d'un litre de cire. Les phrases de l'énoncé se traduisent par les égalités du système : $\begin{cases}6x+4y=95\\3x+3y=55{,}50\end{cases}$ qu'on peut transformer en multipliant la 2ème ligne par -2 en $\begin{cases}6x+4y=95\\-6x+-6y=-111\end{cases}$. Par addition des 2 lignes on trouve : $-2y = 95 – 111 = –16$. Finalement, $y = –16 \div (– 2) = 8$. Pour trouver x, on remplace y dans la 1ère équation par sa valeur : $6x + 4\times8 = 6x + 32 = 95$, d'où $6x = 95 – 32 = 63$ et donc $x = 63 \div 6 = 10{,}5$. Le prix d'un kilogramme de vernis est 10,5€ et le prix d'un litre de cire est 8€.

Activités géométriques 1

1	ABCD est un parallélogramme. Quelle égalité vectorielle peut-on en déduire?	$AB = CD$	$AC = DB$	$AD = BC$
2	On considère un cylindre de rayon 3 cm et de hauteur 6 cm. Quel est le volume de ce cylindre, exprimé en cm^3?	18π	54π	36π
3	On considère dans un cercle, un angle inscrit et un angle au centre qui interceptent le même arc. L'angle au centre mesure 34°. Combien l'angle inscrit mesure-t-il ?	34°	17°	68°
4	 Le dessin ci-dessus représente en perspective une pyramide à base carrée de sommet S. Quelle est en réalité la nature du triangle ABC ?	Ni rectangle, ni isocèle.	Rectangle et isocèle.	Isocèle mais non rectangle.

Commentaires : Pour la 1ère question, un croquis aide pour répondre. Le volume du cylindre est calculé à partir de la formule $\pi r^2 h$, où $r = 3$ et $h = 6$. La propriété de l'angle inscrit (souvent étudiée *in extremis* à la fin de l'année) interceptant le même arc qu'un angle au centre est de mesurer moitié moins que celui-ci… Quant à la pyramide, il ne faut pas se laisser impressionner, puisqu'il ne s'agit dans la question que de sa base qui est carrée !

Activités géométriques 2



1) (EF) et (BC) étant parallèles et (BE) coupant (CF) en A, nous pouvons appliquer le théorème de Thalès et affirmer que $\frac{BA}{EA} = \frac{CA}{FA} = \frac{BC}{EF}$, d'où $\frac{5}{3} = \frac{6,5}{FA} = \frac{BC}{4,8}$ et donc $BC = 4,8 \times \frac{5}{3} = \frac{24}{3} = 8$.

3) Calculons : $\frac{BA}{GA} = \frac{5}{2} = 2,5$ et $\frac{CA}{KA} = \frac{6,5}{2,6} = 2,5$. Donc, $\frac{BA}{GA} = \frac{CA}{KA}$ et comme d'autre part B, A, G et C, A, K sont alignés dans cet ordre, d'après la réciproque de Thalès on peut affirmer que (BC) et (KG) sont parallèles.

4) $AC^2+AB^2 = 6,5^2+5^2 = 67,25$ et $BC^2 = 8^2 = 64$. Par conséquent, $AC^2+AB^2 \neq BC^2$, d'après la contraposée du théorème de Pythagore, les droites (BA) et (CA) ne sont pas perpendiculaires.

PROBLEME (12 points)

<u>Partie I</u>

1) Par une lecture graphique, on voit que pour une taille de 180 cm, le poids minimum est 60 kg et le poids maximum est 81 kg.

2) Toujours par une lecture graphique, on voit que si la taille est de 165 cm alors que le poids est 72 kg, le poids maximum pour cette taille (68kg) est dépassé de 4 kg.

3) Toujours par une lecture graphique, on voit qu'un poids de 72 kg est inférieur au poids maximum conseillé pour une taille supérieure à 169 cm environ. La taille d'une telle personne peut être 170, 180 ou même 200 cm… (voir sur le graphique les poins verts).

<u>Partie II</u>

1) La formule donnant p (le poids idéal) en fonction de t (la taille) est donnée : $p(t) = t - 100 - \dfrac{t-150}{4}$.

On calcule donc : $p(160) = 160 - 100 - \dfrac{160-150}{4} = 60 - \dfrac{10}{4} = 60 - 2{,}5 = 57{,}5\,\text{kg}$,

$p(165) = 165 - 100 - \dfrac{165-150}{4} = 65 - \dfrac{15}{4} = 65 - 3{,}75 = 61{,}25\,\text{kg}$,

$p(180) = 180 - 100 - \dfrac{180-150}{4} = 80 - \dfrac{30}{4} = 80 - 7{,}5 = 72{,}5\,\text{kg}$. (voir sur le graphique les points rouges).

2) Pour montrer que la représentation graphique du poids idéal en fonction de la taille est une droite, il suffit de montrer que l'expression $p(t)$ est une expression affine de t :

$p(t) = t - 100 - \dfrac{t-150}{4} = t - 100 - \dfrac{t}{4} - \dfrac{-150}{4} = (t - \dfrac{t}{4}) - (100 - \dfrac{150}{4}) = t(1 - \dfrac{1}{4}) - (100 - 37{,}5) = 0{,}75t - 62{,}5$

Ceci est bien une expression affine de t, car elle est de la forme $at + b$, avec $a = 0{,}75$ et $b = 62{,}5$.

3) Le poids idéal d'une personne de 170 cm est $p(170) = 0{,}75 \times 170 - 62{,}5 = 65\,\text{kg}$. Si une personne dépasse de 10% ce poids, c'est qu'elle pèse $1{,}1 \times 65 = 71{,}5$ kg. Cette personne ne dépasse pas le poids maximum conseillé qui est, par lecture graphique, supérieur à 72 kg (voir sur le graphique le point bleu).

NB : Le coefficient 1,1 vient de la formule $coeff.mult. = 1 + \dfrac{t}{100}$, où t est le taux d'augmentation.