Sujet du Brevet des Collèges de juin 2007- CORRECTION -

Activités numériques 1

1	Quelle est l'expression développée de $(3x + 5)^2$?	$3x^2 + 25$	$x^2 + 25$	**$9x^2 + 30x + 25$**
2	Quelle est l'expression qui est égale à 10 si on choisit la valeur $x = 4$?	$x(x + 1)$	**$(x + 1)(x - 2)$**	$(x + 1)^2$
3	Quelle est la valeur exacte de $\frac{\sqrt{48}}{2}$?	$\sqrt{24}$	3,464	$2\sqrt{3}$
4	Quel est le nombre qui est solution de l'équation $2x - (8 + 3x) = 2$?	10	**-10**	2
5	En 3e A, sur 30 élèves, il y a 40% de filles. En 3e B, sur 20 élèves, il y a 60% de filles. Lorsque les deux classes sont réunies, quel est le pourcentage de filles dans le groupe ?	36% de filles.	**48% de filles.**	50% de filles.

Commentaires : il y a pleins de « pièges » ici : le développement de $(a+b)^2$ n'est pas a^2+b^2 mais a^2+b^2+2ab ; 5^2 ne vaut pas 5×2 mais 5×5 ; $\frac{\sqrt{48}}{2}$ ne vaut pas $\sqrt{\frac{48}{2}}$ et on ne demande pas une valeur approchée, calculée à la calculatrice… ; la moyenne de 40% et 60% est 50% seulement si les effectifs des classes sont égaux, sinon c'est un nombre entre 40 et 60.

Activités numériques 2

- Choisir un nombre.
- Lui ajouter 4.
- Multiplier la somme obtenue par le nombre choisi.
- Ajouter 4 à ce produit.
- Ecrire le résultat.

-2	5	1	0	x
$-2+4=2$	$5+4=9$	$1+4=5$	$0+4=4$	$x+4$
$2\times(-2)=-4$	$9\times5=45$	$5\times1=5$	$4\times0=0$	$(x+4)\times x$
$-4+4=0$	$45+4=49$	$5+4=9$	$0+4=4$	$(x+4)\times x+4$
0	$49=7^2$	$9=3^2$	$4=2^2$	

3) b) $(x+4)\times x+4 = x^2+4x+4 = (x+2)^2$

Il en est donc toujours ainsi lorsqu'on choisit un nombre entier au départ de ce programme de calcul. Le résultat, après factorisation est un carré d'entier.

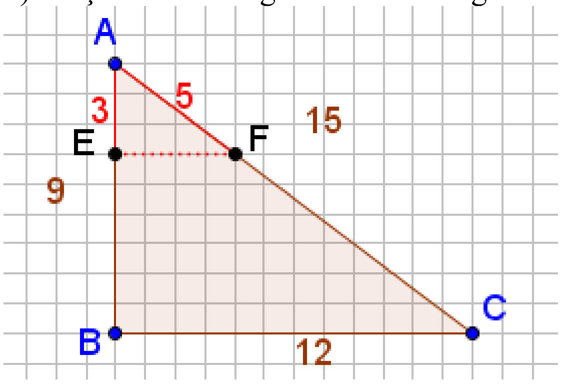
4) Pour que $(x+4)\times x+4 = 1$, on doit avoir $(x+2)^2 = 1$, c'est-à-dire $(x+2)^2 - 1 = 0$ qui se factorise en $(x+2+1)(x+2-1) = 0$ et finalement $(x+3)(x+1) = 0$. D'où $x+3 = 0$ ou $x+1 = 0$. Il y a donc 2 solutions : $x = -3$ ou $x = -1$.

Activités géométriques 1

L'unité de longueur est le centimètre.

ABC est un triangle tel que AB = 9 ; AC = 15 ; BC = 12.

1) a) $AC^2 = 15^2 = 225$ et $AB^2 + BC^2 = 9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225$. D'où $AC^2 = AB^2 + BC^2$.
D'après la réciproque du théorème de Pythagore, ABC est donc rectangle en B.
b) Traçons en vraie grandeur le triangle ABC :



2) b) Démontrons que la droite (EF) est parallèle à la droite (BC) :
$\frac{AE}{AB} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$; $\frac{AF}{AC} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$ d'où $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$; d'autre part les points A, E, B d'une part, et A, F, C d'autre part, **sont alignés dans cet ordre**. D'après la réciproque du théorème de Thalès, la droite (EF) est donc parallèle à la droite (BC).

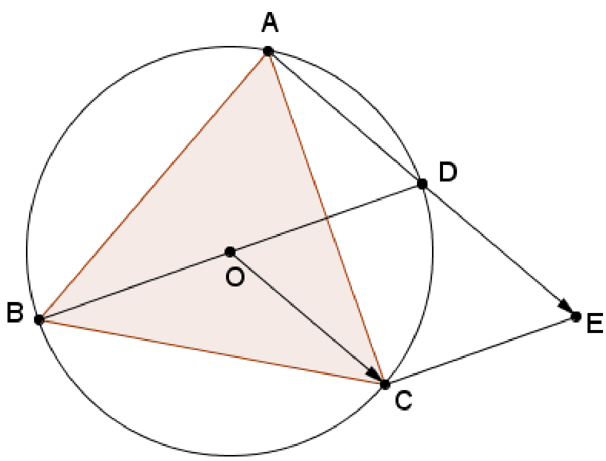
3) Calculons l'aire $\mathcal{A}$ du triangle AEF :
$\mathcal{A} = AE \times EF \div 2$ et l'on calcule EF à l'aide du théorème de Thalès, car (EF)// (BC) et donc on a :
$\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC}$ ce qui donne : EF = $BC \times \frac{AE}{AB} = 12 \times \frac{1}{3} = 4$. D'où $\mathcal{A} = 3 \times 4 \div 2 = 12 \div 2 = 6$.
NB : On peut aussi calculer l'aire du triangle ABC (=9×12÷2=54), puis multiplier cette aire par le coefficient de réduction des aires, dans la réduction de coefficient 1/3, soit par $(1/3)^2 = 1/9$.
Et donc, $\mathcal{A} = 54 \times \frac{1}{9} = \frac{54}{9} = 6$.

Activités géométriques 2

1) Comme A est un point du cercle de diamètre [BD], e triangle ABD est un triangle rectangle en A.

2) $\widehat{ADB}$ et $\widehat{ACB}$ sont deux angles qui interceptent le même arc $\overset{\frown}{AB}$, ils sont donc égaux. Comme ACB est un triangle équilatéral, l'angle $\widehat{ACB}$ mesure 60° et donc $\widehat{ADB}$=60°.

3) D'après l'énoncé $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{OC}$, et donc le quadrilatère DECO est un parallélogramme. Comme OD = OC (car D et C sont sur un même cercle de centre O) on a un parallélogramme qui a deux côtés consécutifs égaux, il s'agit donc d'un losange. Les diagonales d'un losange étant perpendiculaires, les droites (OE) et (DC) sont donc perpendiculaires.

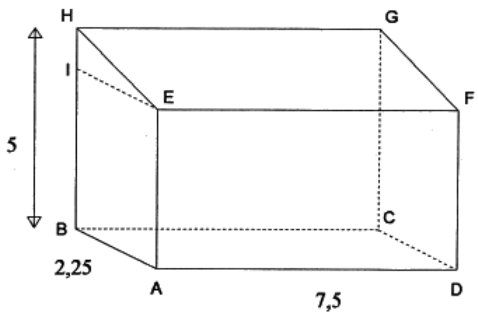


PROBLEME (12 points)

Dans le jardin de sa nouvelle maison, M. Durand a construit une terrasse rectangulaire qu'il désire recouvrir d'un toit. Pour cela, il réalise le croquis suivant où l'unité de longueur est le mètre.

- Le sol ABCD et le toit EFGH sont des rectangles.
- Le triangle HIE est rectangle en I. - Le quadrilatère IEAB est un rectangle.
- La hauteur du sol au sommet du toit est HB.

On donne : AB = 2,25 ; AD = 7,5 ; HB = 5



Partie I

On suppose dans cette partie que AE = 2.

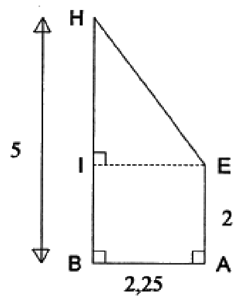
1) IEAB étant un rectangle, IB = EA = 2. Par conséquent, comme I est sur [HB], on a HI = HB – IB = 5 – 2 = 3.

2) Comme HIE est rectangle en I, d'après le théorème de Pythagore on a $HE^2 = HI^2 + IE^2 = 3^2 + 2,25^2 = 14,0625 = 3,75^2$, d'où HE = 3,75.

3)

$\frac{HI}{HE} = \cos(\widehat{IHE})$ d'où $\frac{3}{3,75} = 0,8 = \cos(\widehat{IHE})$ et donc $\widehat{IHE} = \cos^{-1}(0,8) \approx 36,86989$

soit, au degré le plus proche, 37°.

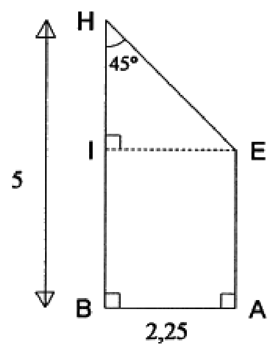


Partie II

Dans cette partie, on suppose que $\widehat{IHE}$= 45° et on désire déterminer AE.

1) Le triangle HIE est un triangle rectangle, la somme des 2 angles $\widehat{IHE}$ et $\widehat{IEH}$ est donc égale à 90°. Comme $\widehat{IHE} = 45°$, on en déduit que $\widehat{IEH} = 45°$. Le triangle HIE ayant 2 angles égaux est isocèle, c'est donc un triangle isocèle rectangle, aussi appelé demi-carré.

2) Comme HIE est isocèle en I, HI = IE = 2,25. Pour les mêmes raisons qu'au I) on en déduit que IB = HB – HI = 5 – 2,25 = 2,75, et donc que AE = 2,75 m(côté opposé de IB dans le rectangle IEAB).

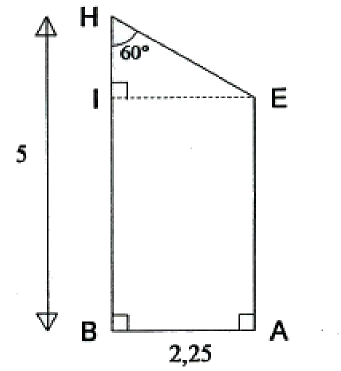


Partie III

Dans cette partie, on suppose que $\widehat{IHE} = 60°$ et on désire déterminer AE.

1) $\dfrac{IE}{HI} = \tan(\widehat{IHE})$ donc $\dfrac{2,25}{HI} = \tan 60°$ d'où $HI = \dfrac{2,25}{\tan 60} \approx 1,299$, d'où, au cm près HI≈1,30m.

2) On en déduit que AE = IB ≈ 5 – 1,3 soit 1,70m.



Partie IV

D'après la courbe ci-dessous, pour que la hauteur AE soit comprise entre 3 m et 3,5 m, il faut que l'angle $\widehat{IHE}$ soit compris entre 48° et 56° approximativement, prenons 50° par exemple.