CORRECTION du Brevet Blanc de janvier 2008

PARTIE NUMERIQUE :

Exercice 1 a)

$$A=\frac{\frac{1}{5}+\frac{4}{75}}{\frac{1}{15}-\frac{7}{10}}=\frac{\frac{1\times 15}{5\times 15}+\frac{4}{75}}{\frac{1\times 2}{15\times 2}-\frac{7\times 3}{10\times 3}}=\frac{\frac{15}{75}+\frac{4}{75}}{\frac{2}{30}-\frac{21}{30}}=\frac{\frac{15+4}{75}}{\frac{2-21}{30}}=\frac{\frac{19}{75}}{\frac{-19}{30}}=\frac{19}{75}\times\frac{30}{-19}=-\frac{19\times 30}{75\times 19}=-\frac{-30}{75}=-\frac{15\times 2}{15\times 5}=-\frac{-2}{5}$$

$$B=(2^0+2^2)(2^2-2^1)^3=(1+4)(4-2)^3=5\times 2^3=5\times 8=40$$

b) $C=\dfrac{4\times 10^5\times 15\times 10^{-3}}{80\times 10^{-1}}=\dfrac{4\times 15}{80}\times 10^{5-3+1}=\dfrac{60}{80}\times 10^3=0,75\times 10^3=7,5\times 10^{-1}\times 10^3=7,5\times 10^2$

Exercice 2

a) Développons D :

$D=(3x+2)^2-(3x+2)(x+7)=\left[(3x)^2+2\times 3x\times 2+2^2\right]-\left[3x^2+21x+2x+14\right]=$

$D=9x^2+12x+4-3x^2-23x-14=6x^2-11x-10$

b) Factorisons D :

$D=(3x+2)^2-(3x+2)(x+7)=(3x+2)\left[(3x+2)-(x+7)\right]=(3x+2)\left[3x+2-x-7\right]=(3x+2)(2x-5)$

c) Calculons D pour $x=-1$ en utilisant la forme développée : $D=6\times(-1)^2-11\times(-1)-10=6\times 1+11-10=6+1=7$

Calculons D pour $x=\dfrac{5}{2}$ en utilisant la forme factorisée : $D=(3\times\frac{5}{2}+2)(2\times\frac{5}{2}-5)=(3\times\frac{5}{2}+2)(5-5)=(3\times\frac{5}{2}+2)\times 0=0$

Exercice 3

a) Le montant de la facture après remise est obtenu en multipliant le montant avant remise par le coefficient correspondant à une diminution de 20%, il est donc de $120,40\times(1-\frac{20}{100})=120,40\times(1-0,2)=120,40\times 0,8=96,32$

b) Le nombre maximum de sachet réalisable par le confiseur est le PGCD de 301 et 172. Calculons-le avec l'algorithme d'Euclide :

$301=172\times 1+129; 172=129\times 1+43; 129=43\times 3+0$ d'où PGCD(301 ;172) = 43.

Le confiseur peut donc faire 43 sachets.

c) 301÷43 = 7 et 172÷43 = 4, il y aura donc 7 caramels et 4 chocolats par sachet.

PARTIE GEOMETRIQUE :

Exercice 1

a) Le volume de la pyramide SABCD est $V_1=\dfrac{Base\times h}{3}=\dfrac{(AB\times BC)\times SA}{3}=\dfrac{(8\times 11)\times 15}{3}=440cm^3$

b) Comme (SA) est une hauteur de la pyramide, (SA) est perpendiculaire à (AB) et donc, on peut appliquer le théorème de Pythagore dans le triangle SAB rectangle en A : $SB^2 = SA^2 + AB^2$, soit $SB^2 = 15^2 + 8^2 = 289 = 17^2$. SB, qui doit être positif, est égal à $\sqrt{17^2}=17$ et mesure donc 17 cm.

c) Dans le triangle SAB nous avons $\dfrac{SE}{SA}=\dfrac{12}{15}=0,8; \dfrac{SF}{SB}=\dfrac{13,6}{17}=0,8; donc \dfrac{SE}{SA}=\dfrac{SF}{SB}$. De plus, S,E,A et S,F,B sont alignés dans cet ordre, donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (EF) et (AB) sont parallèles.

d) Le coefficient de réduction est le rapport des hauteurs $\dfrac{SE}{SA}=\dfrac{12}{15}=0,8$.

e) Comme la pyramide SEFGH est une réduction de la pyramide SABCD, le volume V_2 est obtenu en multipliant le volume V_1 par le cube du coefficient de réduction : $V_2=0,8^3\times V_1=0,512\times 440=225,28cm^3$

Exercice 2

a) $\dfrac{ON}{OR} = \dfrac{5,4}{3,6} = 1,5 ; \dfrac{OM}{OS} = \dfrac{9}{6} = 1,5 ; donc \dfrac{ON}{OR} = \dfrac{OM}{OS}$; de plus, les points N, O et R d'une part et les points M, O et S d'autre part sont alignés dans cet ordre. D'après la réciproque du théorème de Thalès les droites (MN) et (RS) sont parallèles.

b) Comme les droites (MN) et (RS) sont parallèles, d'après le théorème de Thalès on a :

$\dfrac{ON}{OR} = \dfrac{OM}{OS} = \dfrac{NM}{RS}$ donc $1,5 = \dfrac{NM}{4,8}$ et donc MN =1,5x4,8 = 7,2.

c) Le quadrilatère $MNSR$ est formé de deux triangles rectangles MNR et SNR. Son aire est donc la somme des aires de ces triangles : $\dfrac{MN \times NR}{2} + \dfrac{RS \times NR}{2} = (MN + RS) \times \dfrac{NR}{2} = (7,2 + 4,8) \times \dfrac{(5,4 + 3,6)}{2} = 12 \times \dfrac{9}{2} = 6 \times 9 = 54$

Le quadrilatère $MNSR$ a donc une aire de 54 cm².

PROBLEME :

Partie n°1 : Remplissage du réservoir A

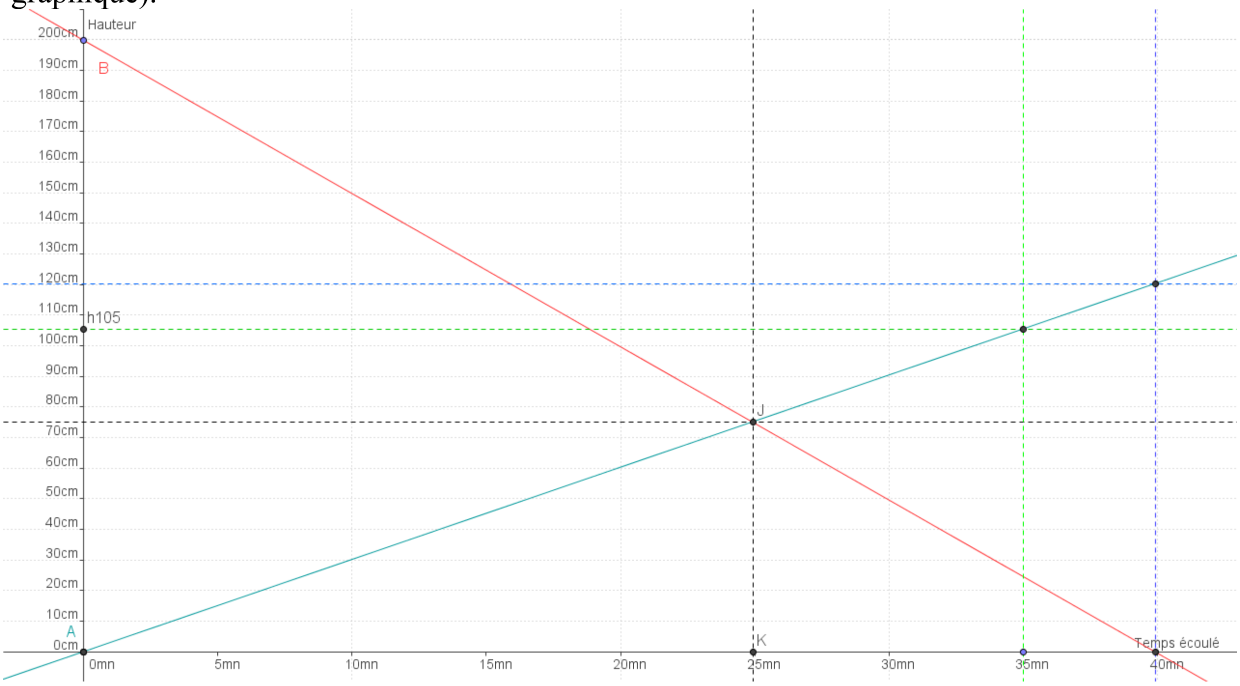
a)

Temps (en minutes)	x	0	10	20	**25**	40
Hauteur de pétrole dans le réservoir A (en cm)	f(x)	**0**	**30**	60	75	**120**

b) f(x) = 3x

c) f est une fonction linéaire donc elle est représentée graphiquement par une droite que l'on construit à l'aide du tableau de la question a), par exemple avec les points de coordonnées (0 ; 0) et (40 ; 120).

d) Il faut 35 minutes pour remplir le réservoir A jusqu'à une hauteur de 105 cm (voir pointillés sur le graphique).



Partie n°2 : Vidage du réservoir B

a)

Temps (en minutes)	0	10	**22**	40
Hauteur de pétrole dans le réservoir B (en cm)	**200**	**150**	80	**0**

b) Cette fonction n'est pas linéaire car elle est représentée par une droite qui ne passe pas par l'origine du repère.

c) Les hauteurs sont égales dans les deux réservoirs au bout de 25 minutes. La hauteur de pétrole est alors égale à 75 cm. (voir graphique)

d) Volume d'un cylindre = $\pi r^2 h = \pi \times 50^2 \times 7,5 = 18750\pi \approx 58\,904,862$ dm^3, c'est-à-dire 58 900 litres environ.