CORRECTION

ÉPREUVE BLANCHE du DIPLÔME NATIONAL DU BREVET : MATHÉMATIQUES

*La qualité de la rédaction et la présentation de votre copie seront évaluées sur **4 points**.*

I - Partie Numérique (12 points)

I. Exercice n°1

Pour chacune des questions ci-dessous, écrire les étapes des calculs.

I. 1. a) On pose $A=\frac{5}{7}+\frac{1}{7}\times\left(5+\frac{1}{2}\right)$. Calculer *A*. Présenter le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$A=\frac{5}{7}+\frac{1}{7}\times\left(5+\frac{1}{2}\right)=\frac{5}{7}+\frac{1}{7}\times\left(\frac{10}{2}+\frac{1}{2}\right)=\frac{5}{7}+\frac{1}{7}\times\frac{11}{2}=\frac{5\times 2}{7\times 2}+\frac{1\times 11}{7\times 2}=\frac{10+11}{14}=\frac{21}{14}=\frac{3\times \cancel{7}}{2\times \cancel{7}}=\frac{3}{2}$

I. 1. b) On pose $B=\frac{15\times 10^{-13}\times 7\times 10^{17}}{5\times 10^{12}}$. Calculer *B*. Présenter le résultat sous la forme scientifique.

$B=\frac{15\times 10^{-13}\times 7\times 10^{17}}{5\times 10^{12}}=\frac{15\times 7\times 10^{-13+17-12}}{5}=\frac{3\times \cancel{5}\times 7}{\cancel{5}}\times 10^{-8}=21\times 10^{-8}=2{,}1\times 10^{-8+1}=2{,}1\times 10^{-7}$

I. 1. c) On pose $C=2\sqrt{50}-5\sqrt{8}+3\sqrt{200}$. Calculer *C*. Présenter le résultat sous la forme $a\sqrt{2}$ où *a* est un nombre entier.

$C=2\sqrt{50}-5\sqrt{8}+3\sqrt{200}=2\sqrt{25\times 2}-5\sqrt{4\times 2}+3\sqrt{100\times 2}=2\sqrt{25}\times\sqrt{2}-5\sqrt{4}\times\sqrt{2}+3\sqrt{100}\times\sqrt{2}=$
$=2\times 5\times\sqrt{2}-5\times 2\times\sqrt{2}+3\times 10\times\sqrt{2}=(10-10+30)\times\sqrt{2}=30\times\sqrt{2}=30\sqrt{2}$

I. Exercice n°2

On donne $D=(3x-5)^2-2(3x-5)$.

I. 2. a) Développer et réduire *D*.

$D=(3x-5)^2-2(3x-5)=(3x)^2-2\times 3x\times 5+5^2-2\times 3x+2\times 5=9x^2-30x+25-6x+10=9x^2-36x+35$

I. 2. b) Factoriser *D*.

$D=(3x-5)^2-2(3x-5)=(3x-5)\times((3x-5)-2)=(3x-5)(3x-7)$

I. 2. c) Calculer *D* pour $x=-2$.

pour $x=-2$, on a : $D=(3\times(-2)-5)(3\times(-2)-7)=(-6-5)(-6-7)=(-11)\times(-13)=11\times 13=143$

I. 2. d) Résoudre l'équation $(3x-5)(3x-7)=0$.

$(3x-5)(3x-7)=0$

$(3x-5)=0$ ou $(3x-7)=0$

$3x=5$ ou $3x=7$

$x=\frac{5}{3}$ ou $x=\frac{7}{3}$

I. Exercice n°3

À la boulangerie, Marie achète deux croissants et quatre pains aux raisins pour 6 euros. Dans la même boulangerie, Karim achète deux croissants et un pain aux raisins pour 2,70 euros.

Quel est le prix d'un croissant ? Quel est le prix d'un pain aux raisins ?

Désignons par x le prix d'un croissant et par y le prix d'un pain aux raisins. L'énoncé se traduit alors par le système suivant :

$\begin{cases} 2x+4y=6 \\ 2x+y=2{,}7 \end{cases}$ et, en multipliant la 2ème ligne par 4

$\begin{cases} 2x+4y=6 \\ 8x+4y=4\times 2{,}7=10{,}8 \end{cases}$

par soustraction, il vient : $6x=10{,}8-6=4{,}8$ d'où $x=\frac{4{,}8}{6}=\frac{48}{60}=\frac{\cancel{12}\times 4}{5\times\cancel{12}}=\frac{4}{5}=0{,}8$

remplaçons x par 0,8 dans la 1ère équation : $2\times 0{,}8+4y=6$

$4y=6-1{,}6=4{,}4$ et donc, $y=\frac{4{,}4}{4}=1{,}1$

Le prix d'un croissant est 0,80 € et le prix d'un pain aux raisins est 1,10 €.

I. Exercice n°4

I. 4. a) Déterminer par la méthode de votre choix et en détaillant les différentes étapes, le PGCD de 144 et de 252.

Algorithme d'Euclide pour déterminer PGCD(144;252):

$252-144=108$

$144-108=36$

$108\div 36=3$. Donc PGCD(144;252)=36

Une association organise une compétition sportive, 144 filles et 252 garçons se sont inscrits. L'association désire répartir les inscrits en équipes mixtes. Le nombre de filles doit être le même dans chaque équipe ; de même pour le nombre de garçons. Tous les inscrits doivent être dans une des équipes.

I. 4. b) Quel est le nombre maximal d'équipes que cette association peut former ?

Le nombre maximal d'équipes que cette association peut former est 36.

I. 4. c) Quelle est alors la composition de chaque équipe ?

Dans chaque équipe, il y aura 4 filles et 7 garçons (144÷36=4 et 252÷36=7).

II - **Partie Géométrique (12 points)**

II. Exercice n°1

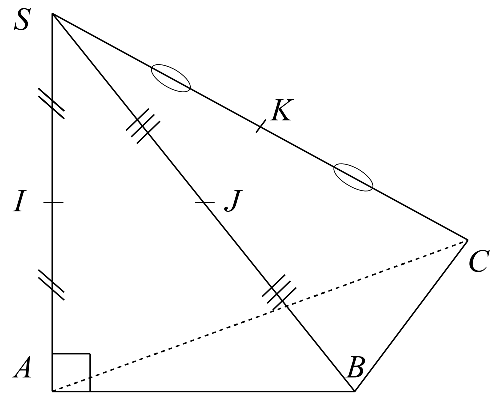
SABC est une pyramide ayant pour base le triangle *ABC* et pour hauteur *SA*.

AB = 6 cm ;

BC = 8 cm ;

SA = 9 cm ;

AC = 10 cm.



II. 1. a) Démontrer que le triangle *ABC* est rectangle en *B*.

$AC^2 = 10^2 = 100$ et $AB^2 + BC^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$. D'où $AC^2 = AB^2 + BC^2$.
D'après la réciproque du théorème de Pythagore, ABC est donc rectangle en B.

II. 1. b) Calculer la longueur *BS*.

Comme SAB est rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore on a $BS^2 = SA^2 + AB^2 = 9^2 + 6^2 = 81+36 = 117$, d'où BS = $\sqrt{117} \approx 10,8$.

II. 1. c) Calculer le volume de la pyramide *SABC*.

Le volume de la pyramide *SABC* est donné par la formule

$$V = \frac{base \times hauteur}{3} = \frac{\frac{AB \times BC}{2} \times SA}{3} = \frac{\frac{6 \times 8}{2} \times 9}{3} = 24 \times 3 = 72\ cm^3$$

II. 1. d) On appelle *I*, *J* et *K* les milieux respectifs des arêtes [*SA*], [*SB*] et [*SC*]. Calculer le volume de la pyramide *SIJK*.

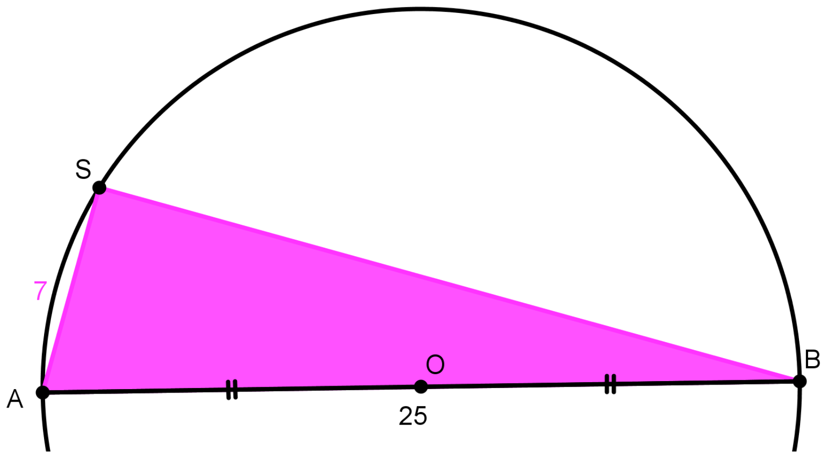
Comme on sectionne la pyramide SABC par un plan parallèle à sa base, la petite pyramide SIJK est une réduction de la grande. Le coefficient de réduction est SI/SA=1/2. Le volume de la pyramide *SIJK* est égal à celui de SABC multiplié par $(1/2)^3$. $V_{SIJK} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times 72 = \frac{1}{2^3} \times 72 = \frac{72}{8} = 9\ cm^3$

II. Exercice n°2

Soit [*AB*] un segment tel que *AB* = 25 cm. Sur le cercle de diamètre [*AB*], on place un point *S* tel que *SA* = 7 cm.

II. 2. a) Démontrer que *SAB* est triangle rectangle.

Comme S est un point du cercle de diamètre [AB], le triangle SAB est un triangle rectangle en S.



II. 2. b) Calculer la mesure de l'angle $\widehat{SAB}$ arrondie au degré.

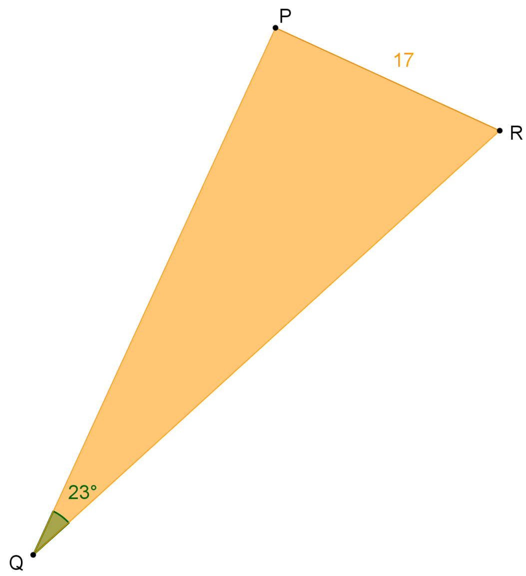
Comme SAB est un triangle rectangle, l'angle $\widehat{SAB}$ est connu grâce à son cosinus $\cos\widehat{SAB}=\frac{SA}{AB}=\frac{7}{25}$ et donc, $\widehat{SAB}=\cos^{-1}\left(\frac{7}{25}\right)\approx 74°$

II. 2. c) On place un point *T* sur [*SA*] tel que *AT* = 1,4 cm et un point *C* sur [*AB*] tel que *AC* = 5 cm. Démontrer que les droites *(TC)* et *(SB)* sont parallèles.

$\frac{AT}{AS}=\frac{1,4}{7}=\frac{2}{10}=0,2$; $\frac{AC}{AB}=\frac{5}{25}=\frac{1}{5}=0,2$ d'où $\frac{AT}{AS}=\frac{AC}{AB}$; d'autre part, les points A, T, S d'une part, et A, C, B d'autre part, **sont alignés dans cet ordre**. D'après la réciproque du théorème de Thalès, la droite (TC) est donc parallèle à la droite (SB).

II. Exercice n°3

Le triangle *PQR* est rectangle en *P*. On a *PR* = 17 m et $\hat{Q}=23°$.
Calculer la longueur *PQ* ; donner l'arrondi au centimètre.



Comme PQR est un triangle rectangle en P, l'angle $\widehat{PQR}$ est connu grâce à sa tangente $\tan\widehat{PQR}=\frac{PR}{PQ}=\frac{17}{PQ}$ et donc, $PQ=\frac{17}{\tan\widehat{PQR}}=\frac{17}{\tan 23}\approx 40,05\ m$

III - **Problème (12 points)**

Toutes les réponses données sur le graphique de la page 4 devront être justifiées par des traits tracés visiblement.

Un opérateur de téléphonie mobile propose les abonnements suivants :

- **formule A** : abonnement mensuel à 19 €, puis 0,30 € la minute de communication et
- **formule B** : abonnement mensuel à 29 €, puis 0,20 € la minute de communication.

III. 1. Compléter le tableau suivant :

Durée des communications (en minutes)	30	60	90	110
Prix pour la formule A (en euros)	30×0,3+19=28	60×0,3+19=37	90×0,3+19=46	110×0,3+19=52
Prix pour la formule B (en euros)	30×0,2+29=35	60×0,2+29=41	90×0,2+29=47	110×0,2+29=51

III. 2. Soit x la durée de communication, en minutes, par mois.

III. 2. a) Exprimer le prix pour la formule A en fonction de x. Le prix pour la formule A est $x\times0,3+19$.

III. 2. b) Exprimer le prix pour la formule B en fonction de x. Le prix pour la formule B est $x\times0,2+29$.

III. 3. Déterminer le nombre de minutes correspondant à un montant de 151 € pour la formule A.

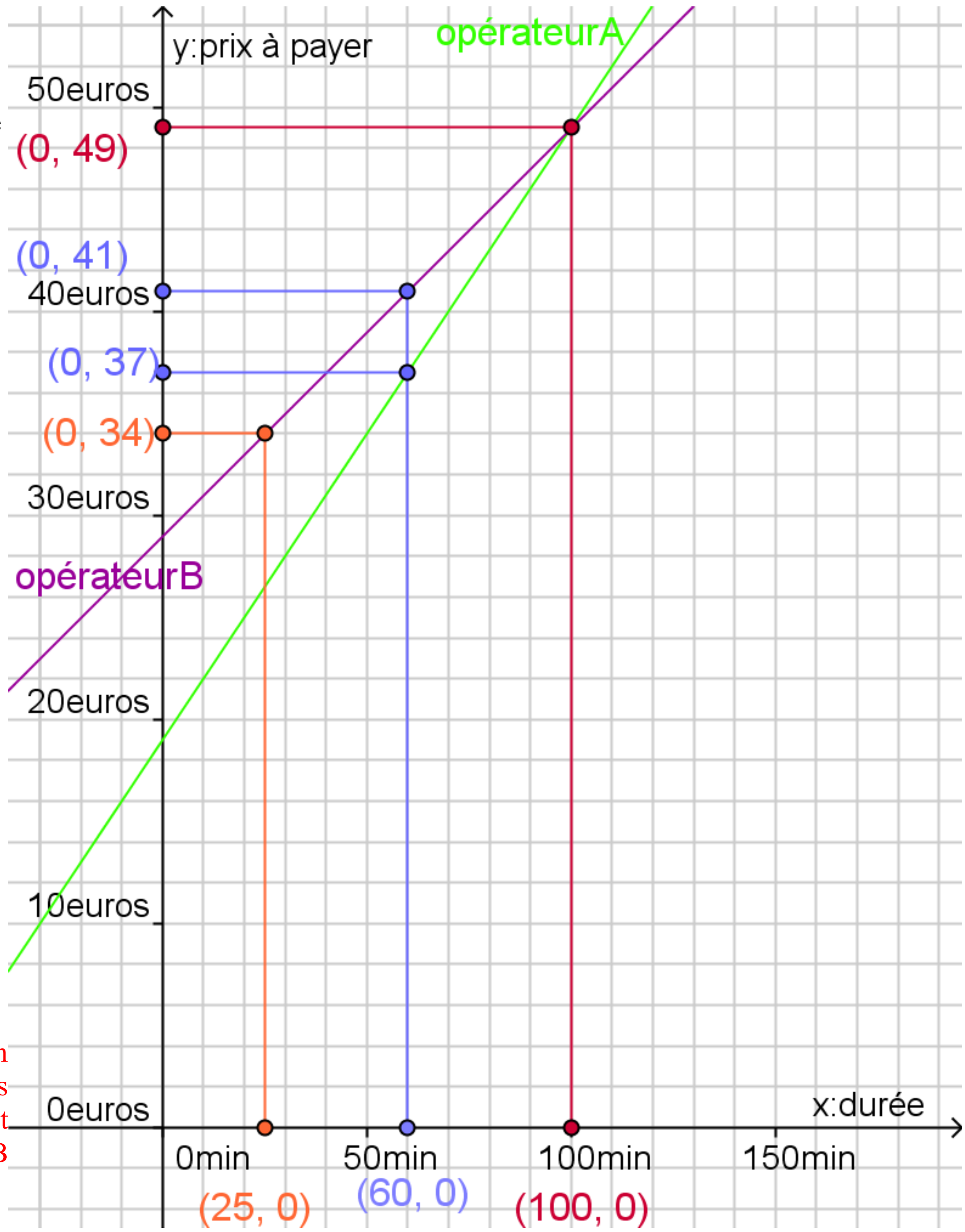
Ce prix vérifie l'équation : $x\times0,3+19=151$ qui conduit à : $0,3x=151-19=132$ et donc : $x=132\div0,3=440$ €.

III. 4. Sur la page 4, représenter graphiquement les fonctions affines définies, pour tout nombre x, par :

$f(x) = 0,3x + 19$
et
$g(x) = 0,2x + 29.$

On placera l'origine du repère dans l'angle en bas à gauche du papier millimétré et on choisira pour unités :

- en abscisses, 1 cm pour 10 minutes et
- en ordonnée, 1 cm pour 2 euros.



III. 5. a) Lire graphiquement le nombre de minutes pour lequel les deux tarifs sont égaux.

On lit que les deux tarifs sont égaux pour 100 min.

III. 5. b) Résoudre l'inéquation

$0,3x + 19 \leq 0,2x + 29.$

Interpréter votre réponse dans le cadre du problème.

$0,3x - 0,2x \leq 29 - 19$

$0,1x \leq 10$

$x \leq 100$

Il s'agit des durées (en minutes) pour lesquelles l'opérateur A (fonction f) est moins cher que l'opérateur B (fonction g).

III. 6. Quel est le tarif le plus avantageux si l'on consomme moins d'une heure par mois ?

On lit que pour moins d'une heure, le tarif de l'opérateur A est plus avantageux (et cela, jusqu'à 100 min, soit 1heure et 40 min).

III. 7. a) Déterminer graphiquement le nombre de minutes dont on dispose pour un montant de 34 €, si on fait le choix de la formule B.

On lit qu'avec l'opérateur B, qui est le plus cher pour 34 euros, la durée de communication est de 25 min.

III. 7. b) Retrouver ce résultat par le calcul.

$g(x) = 0{,}2x + 29 = 34$. Cette équation donne $0{,}2x = 34 - 29 = 5$ d'où $x = 5 \div 0{,}2 = 25$ minutes.