CORRECTION

ÉPREUVE BLANCHE du DIPLÔME NATIONAL DU BREVET : MATHÉMATIQUES

I - Partie Numérique (12 points)

I. Exercice n°1

Effectuer les calculs suivants ; donner les résultats sous la forme de fractions irréductibles ou de nombres entiers.

$A = 5 \div \frac{5}{-6} = 5 \times \frac{-6}{5} = \frac{\cancel{5} \times (-6)}{\cancel{5}} = -6$

$B = \frac{5}{12} - \frac{1}{12} \times \frac{7}{5} = \frac{5 \times 5}{12 \times 5} - \frac{1 \times 7}{12 \times 5} = \frac{25-7}{60} = \frac{18}{60} = \frac{3 \times \cancel{6}}{10 \times \cancel{6}} = \frac{3}{10}$

I. Exercice n°2

Dans un magasin, les prix augmentent tous de 4 %. Le tableau ci-dessous donne une liste de prix en euros.
Compléter-le. Remarque : On multiplie ici tous les prix par le coefficient 1+4/100=1,04

Produits	un jeu électronique	1 kg de pommes	un tee-shirt	un dictionnaire	un ordinateur	un fer à repasser
Prix initial	100	2,50	11,30	23,10	472	38
Prix après augmentation	104	2,6	11,752	24,024	490,88	39,52

× 1,04

I. Exercice n°3

I. 3. a) 288 et 224 sont-ils premiers entre eux ? Non Expliquer pourquoi. Ils sont divisibles par 2.
I. 3. b) Déterminer le PGCD de 288 et 224. Effectuons l'algorithme d'Euclide :
288=224×1+64 ; 224=64×3+32 ; 64=32×2+0. Le pgcd de 288 et 224 est donc 32 (le dernier reste non nul).
I. 3. c) Écrire la fraction $\frac{224}{288}$ sous forme irréductible. En simplifiant par le pgcd : $\frac{224}{288} = \frac{224 \div 32}{288 \div 32} = \frac{7}{9}$

Un photographe doit réaliser une exposition en présentant des œuvres sur des panneaux contenant chacun le même nombre de portraits et le même nombre de paysages. Il dispose de 224 paysages et de 288 portraits.
I. 3. d) Combien peut-il réaliser au maximum de panneaux en utilisant toutes les photos ? 32 au maximum.
I. 3 e) Combien chaque panneau contient-il de paysages et de portraits ?

Il y aura 224/32 = 7 paysages et 288/32 = 9 portraits.

I. Exercice n°4

On considère le programme de calcul de l'encadré ci-contre.

- Choisir un nombre de départ.
- Lui ajouter 1.
- Calculer le carré du résultat obtenu.
- Lui soustraire le carré du nombre de départ.
- Écrire le résultat final.

I. 4. a) Vérifier que lorsque le nombre de départ est 1, on obtient 3 au résultat final. $(1+1)^2 - 1^2 = 4 - 1 = 3$
I. 4. b) Lorsque le nombre de départ est 2, quel résultat final obtient-on ? $(2+1)^2 - 2^2 = 9 - 4 = 5$. On obtient 5.
I. 4. c) Le nombre de départ étant x, exprimer le résultat final en fonction de x. Le résultat final est $(x+1)^2 - x^2$.
On considère l'expression $P=(x+1)^2-x^2$.
I. 4. d) Développer puis réduire l'expression P. $(x+1)^2 - x^2 = x^2 + 2 \times x \times 1 + 1^2 - x^2 = 2x + 1$.
I. 4. e) Vérifier les valeurs obtenues au a) et au b) avec l'expression P développée, puis compléter le tableau :

Nombre de départ	1	2	3	4
Résultat final	2×1+1=3	2×2+1=5	2×3+1=7	2×4+1=9

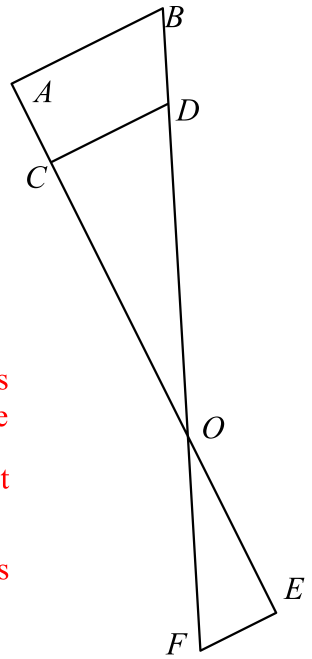
I. 4. f) Quel nombre de départ doit-on choisir pour obtenir un résultat final égal à 15 ?
Il faut choisir 7 car 2×7+1=15. On peut résoudre l'équation $2x + 1 = 15$; $2x = 14$; $x = 14/2 = 7$.

I. Exercice n°5

Factoriser l'expression suivante : $(x+7)(2x+5)+(2x+5)(5x-2) = (2x+5)[x+7+5x-2] = (2x+5)(6x+5)$

II - Partie Géométrique (12 points)

II. Exercice n°1



Sur la figure ci-contre, les droites (AB) et (CD) sont parallèles, les points A, C, O et E sont alignés ainsi que les points B, D, O et F. De plus, on donne les longueurs suivantes :

$CO = 3$ cm ;$AO = 3{,}5$ cm ;$OB = 4{,}9$ cm ;$CD = 1{,}8$ cm ;$OF = 2{,}8$ cm ;$OE = 2$ cm ;

II. 1. a) Calculer en justifiant les longueurs OD et AB.

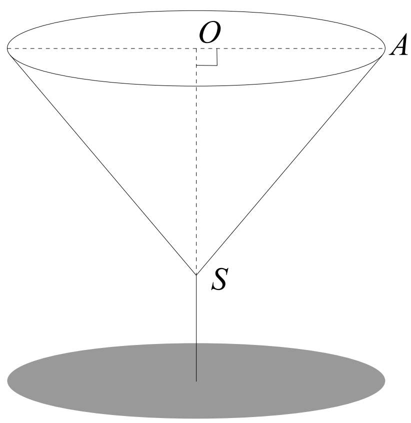
D'après les informations du texte, (BD) et (AC) se coupent en O. D'autre part les droites (CD) et (AB) sont parallèles. On peut donc appliquer le théorème de Thalès et écrire que : $\frac{OD}{OB} = \frac{OC}{OA} = \frac{DC}{BA}$ d'où, en remplaçant les logueurs connues : $\frac{OD}{4{,}9} = \frac{3}{3{,}5} = \frac{1{,}8}{BA}$ et donc $OD = \frac{3 \times 4{,}9}{3{,}5} = \frac{14{,}7}{3{,}5} = \frac{147}{35} = \frac{21 \times \cancel{7}}{5 \times \cancel{7}} = \frac{21}{5} = 4{,}2$ et $BA = \frac{1{,}8 \times 3{,}5}{3} = \frac{6{,}3}{3} = 2{,}1$. Les longueurs cherchées sont <u>OD = 4,2 cm et AB = 2,1 cm</u>.

II. 1. b) Prouver que les droites (EF) et (AB) sont parallèles.

Calculons les rapports OE/OC et OF/OD : $\frac{OE}{OC} = \frac{2}{3}$ et $\frac{OF}{OD} = \frac{2{,}8}{4{,}2} = \frac{28}{42} = \frac{\cancel{7} \times 4}{\cancel{7} \times 6} = \frac{2 \times \cancel{2}}{3 \times \cancel{2}} = \frac{2}{3}$. Ces rapports sont donc égaux. Comme, de plus, les points E, O C et F, O, D sont alignés dans cet ordre, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (CD) et (EF) sont parallèles.

II. Exercice n°2

Un verre a une partie supérieure en forme de cône de révolution de sommet S, de hauteur $[OS]$ telle que $OS = 9$ cm et de rayon $[OA]$ telle que $OA = 4$ cm.



II. 2. a) Montrer que le volume de ce verre, en cm³, est égal à 48π. V*cône* = $(\pi\times4^2)\times9\div3 = \pi\times16\times3 = \pi\times48$.

II. 2. b) Donner la valeur arrondie au centimètre cube près de ce volume. $48\pi \approx 150{,}7964474 \approx 151$ cm³.

II. 2. c) Avec un litre d'eau, combien de fois peut-on remplir entièrement ce verre ?

Un litre fait 1 dm³, soit 1000 cm³. Il y a donc $1000 \div 48\pi$ soit environ 6,631455962 fois le volume du cône dans 1 litre d'eau. <u>On peut donc remplir le verre entièrement 6 fois</u>.

II. 2. d) Si on remplit le verre à la moitié de sa hauteur, quel volume de liquide contiendra-t-il ? La réponse sera donnée arrondie au centimètre cube le plus proche.

Le liquide remplit un petit cône qui est une réduction du grand avec un coefficient de réduction égal à 1/2.
Le volume du liquide sera donc $(1/2)^3$ fois celui du grand, soit $(1/8) \times 48\pi$ ou encore 6π, donc environ 19 cm^3.

III - Problème (12 points)

On considère deux fonctions f et g. La fonction f est représentée par la droite R_f tracée dans le graphique de la page 4. La fonction g est définie par $x \mapsto 1{,}5x$.

III. PREMIÈRE PARTIE

III. 1. Lire $f(0{,}5)$ sur le graphique. Graphiquement on lit $f(0{,}5) = 9$.

III. 2. Lire graphiquement le (ou les) antécédent(s) de 1 par f.

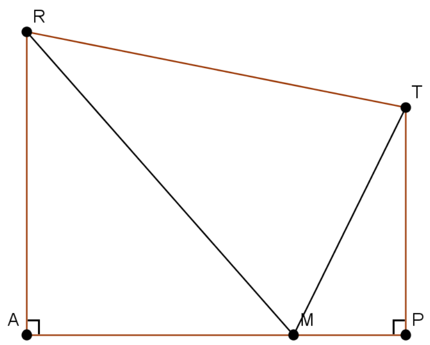
On lit que $f(4{,}5) = 1$ donc 1 a un seul antécédent qui est 4,5.

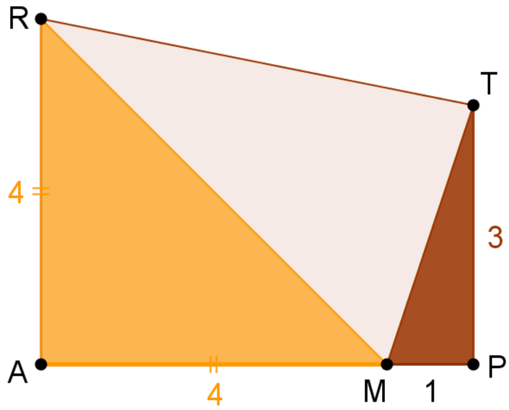
III. 3. Calculer l'image de 4 par g. $g(4) = 1{,}5\times4 = 6$.

III. 4. Calculer l'antécédent de 9 par g. $g(x) = 9 = 1{,}5 \times x$. Donc $x = 9 \div 1{,}5 = 6$. L'antécédent de 9 par g est 6.

III. 5. Construire la représentation graphique de la fonction g dans le graphique le graphique de la page 4. Vous expliquerez votre démarche. La fonction g est une fonction linéaire. Elle est représentée par une droite qui passe par l'origine, le point de coordonnées (0;0) et par un autre point de coordonnées $(x;g(x))$, par exemple par le point de coordonnées (6 ; 9).

III. DEUXIÈME PARTIE





TRAP est un trapèze rectangle en A et en P tel que :

$TP = 3$, $PA = 5$, $AR = 4$

M est un point variable du segment $[PA]$. On note x la longueur du segment $[PM]$.

III. 6. Dans cette question, on se place dans le cas où $x = 1$.

a) Faire une figure. (Voir plus haut)

b) Démontrer que, dans ce cas, le triangle ARM est isocèle en A.

M étant sur [AP], $AM = AP - PM = 5 - 1 = 4$. Le triangle ARM est isocèle car $AR = AM = 4$.

c) Calculer les aires des triangles PTM et ARM. $\text{Aire}_{PTM} = 3 \times 1 \div 2 = 1{,}5$ et $\text{Aire}_{ARM} = 4 \times 4 \div 2 = 8$.

III. 7. Dans cette question, on se place dans le cas où x est un nombre inconnu.

a) Donner les valeurs entre lesquelles x peut varier.

La distance PM qui vaut x, peut varier entre 0 (lorsque M est en P) et 5 (lorsque M est en A).

b) Montrer que l'aire du triangle PTM est $1{,}5x$ et que l'aire du triangle ARM est $10 - 2x$.

$\text{Aire}_{PTM} = PT \times PM \div 2 = 3 \times x \div 2 = 1{,}5x$ et $\text{Aire}_{ARM} = AR \times AM \div 2 = 4 \times (AP - PM) \div 2 = 2 \times (5 - x) = 10 - 2x$.

III. TROISIÈME PARTIE

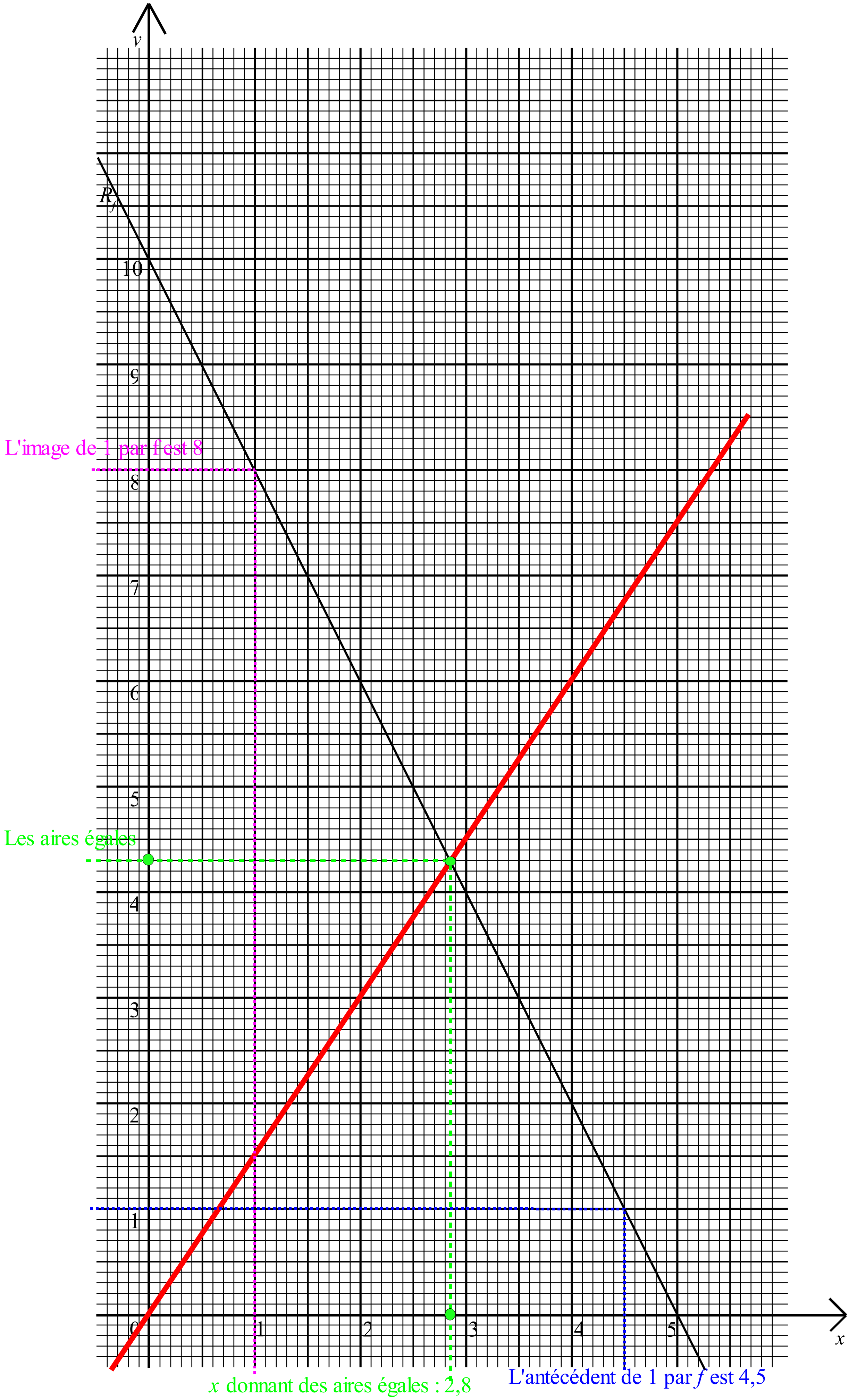
La fonction f représentée graphiquement par la courbe R_f est en fait définie par : $f : x \mapsto 10 - 2x$.

III. 8. Estimer graphiquement la valeur de x pour laquelle les triangles PTM et ARM ont la même aire.

On lit graphiquement que l'égalité de $f(x)$ et $g(x)$ est obtenue pour $x \approx 2{,}8$.

III. 9. Montrer, par le calcul, qu'une valeur exacte de x pour laquelle les deux aires sont égales est $x = \dfrac{20}{7}$.

$f(x) = g(x)$ est réalisé lorsque $10 - 2x = 1{,}5x$ donc pour $10 = 1{,}5x + 2x = 3{,}5x$ et donc pour $x = 10\div3{,}5 = 20\div7$.



y
R_f
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
1
2
3
4
5
x
L'image de 1 par f est 8
Les aires égales
x donnant des aires égales : 2,8
L'antécédent de 1 par f est 4,5