

1. Droite et équation de droite

a) Différentes formes d'équations de droite

Trois points de la courbe représentative d'une même fonction affine $x \mapsto ax+b$ sont alignés. Pourquoi ?

Les courbes représentatives des fonctions affines ont pour équation $y=ax+b$. Mais certaines droites ne peuvent pas se mettre sous cette forme. Lesquelles ?

Montrer que si un point $M(x;y)$ vérifie l'équation $\alpha x + \beta y + \gamma = 0$ où α , β et γ sont des nombres indépendants de x , alors M est sur une droite d'équation $y=ax+b$ si $\beta \neq 0$ et $x=k$ si $\beta=0$.

L'équation $\alpha x + \beta y + \gamma = 0$ est appelée équation cartésienne d'une droite ; l'équation $y=ax+b$ (ou $x=k$) est l'équation réduite. Montrer qu'il y a une infinité d'équation cartésienne pour une même droite.

Exemple n°1 : Soit Δ la droite d'équation réduite $y = 5-2x$.

Quel est le coefficient directeur de Δ ? Quelle est l'ordonnée à l'origine de Δ ?

Quelle est l'abscisse du point d'intersection de Δ et de l'axe des abscisses ?

Déterminer l'équation cartésienne de Δ pour laquelle $\alpha=1$.

Tracer la droite Δ ci-contre.

b) Exemple n°2 : Soit D la droite d'équation cartésienne $2x+3y-1=0$. Déterminer les coordonnées des points $A(x ; 1,5)$ et $B(0 ; y)$ de D .

Déterminer l'équation réduite de D .

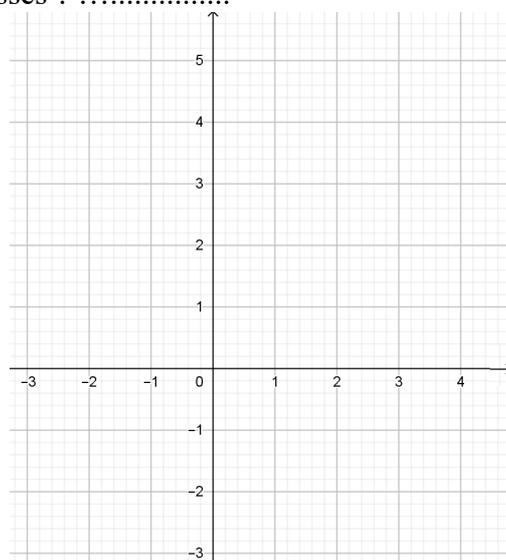
Déterminer les coordonnées de G , l'intersection de Δ et de D .

Tracer la droite D sur la même figure ci-contre. Placer A , B et G .
Vérifier vos résultats.

c) Exemple n°3 : Soit $M(2 ; -1)$ et $P(5 ; 3)$ des points d'une droite d .

Déterminer l'équation cartésienne de d (méthode suggérée : résoudre un système d'équations)

D'une façon générale, déterminer une équation cartésienne de la droite (MP) avec $M(x_M ; y_M)$ et $P(x_P ; y_P)$.



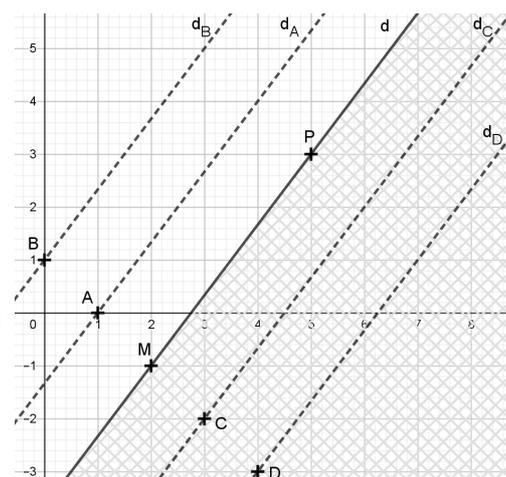
2. Droites parallèles et demi-plan

a) Deux droites D et D' d'équations réduites $D : y=ax+b$ et $D' : y=a'x+b'$ sont parallèles si et seulement si elles ont le même coefficient directeur (ssi $a=a'$). Montrer cela.

Quelle est l'équation cartésienne de la parallèle à $D : 2x+3y+5=0$ passant par $M(2 ; -1)$?

Une droite D d'équation cartésienne $\alpha x + \beta y + \gamma = 0$ étant donnée, les droites d'équation $\alpha x + \beta y + \gamma' = 0$ sont parallèles à D . Selon la valeur de γ' , les points $M(x;y)$ vérifiant $\alpha x + \beta y + \gamma' = 0$ se situent d'un côté ou de l'autre de D .

Exemple n°3 (suite) : Déterminer la valeur de γ' pour les droites d_A , d_B , d_C , et d_D parallèles à (MP) passant par $A(1 ; 0)$, $B(0 ; 1)$, $C(3 ; -2)$ et $D(4 ; -3)$.



En déduire la relation vérifiée par les points du demi-plan hachuré (contenant C et D) :

b) Application :

Un directeur de zoo veut nourrir ses animaux au moindre coût en leur apportant cependant un *minimum* journalier de 120 kg de protides, 90 kg de lipides et 60 kg de glucides. Deux aliments A et B tout préparés lui sont proposés sur le marché. Leurs caractéristiques sont donnés dans le tableau suivant :

	protides	lipides	glucides	Prix
1 sac de l'aliment A contient	3 kg	3 kg	1 kg	4 €
1 sac de l'aliment B contient	2 kg	2 kg	2 kg	2 €

On note x le nombre de sacs de A et y le nombre de sacs de B.

i) Établir le système des contraintes que doivent vérifier les variables x et y (cinq inéquations à écrire).

ii) Dans le repère orthonormé ci-dessous, représenter les droites qui matérialisent les limites de la zone où sont respectées les contraintes.

iii) Griser la zone où sont respectées les contraintes (on utilisera un raisonnement basé sur les observations de la question a)

iv) Déterminer le coût $C(x,y)$ de x sacs de A et y sacs de B.

Tracer dans le repère, la droite d'équation $C(x,y)=200$ €. Peut-on répondre aux contraintes avec 200 € ? Si oui, combien valent x et y ? Mêmes questions pour 120 €. Déterminer alors, graphiquement, le coût minimum journalier qui respecte les contraintes ainsi que les valeurs x et y correspondantes.

