TD n°5 de probabilités : Révision & Entraînement

1. Un dé tout-à-fait normal

On dispose d'un dé classique à 6 faces. Roger vous propose un pari : vous misez 10 €, il tire le dé en premier. C'est ensuite à vous de tirer le dé : si vous arrivez à faire mieux que lui, alors vous gagnez 20 € (votre mise plus 10 € de Roger), sinon vous perdez votre mise. Est-ce un jeu équitable ou bien un jeu avantageux pour l'un des joueurs (dans ce cas lequel est avantagé ?) ?

2. Des dés pas tout-à-fait normaux

On dispose de trois dés à 6 faces :

- un dé *bleu* portant les chiffres 1-6-8 (chaque chiffre en double)
- un dé *jaune* portant les chiffres 2-4-9 (chaque chiffre en double)
- un dé *rouge* portant les chiffres 3-5-7 (chaque chiffre en double)

Marcel joue en premier : il choisit un dé et tire. Vous jouez ensuite : vous choisissez un dé et vous tirez. Celui qui fait le chiffre le plus élevé a gagné. Ce jeu vous parait-il équilibré ? Déterminer pour chaque couple ordonné de dés, votre probabilité de gagner, puis dire s'il y a une stratégie gagnante.

bleu-jaune	bleu-rouge	jaune-bleu	jaune-rouge	rouge-bleu	rouge-jaune

3. Singe anglophone

Un singe tape successivement sur 3 touches d'un clavier qui contient les 26 lettres de l'alphabet.

a) Quelle est la probabilité qu'il tape le mot « GOD » ?

b) Écrire un algorithme n°1 qui simule cette expérience N fois et affiche l'effectif et la fréquence d'apparition du mot « GOD ».

Programmer cet algorithme et donner les résultats.

Nombre N de séquences de 3 lettres	10	100	1000	10000
Nombre d'apparition du mot « GOD »				
Fréquence d'apparition				

c) Un autre mode opératoire : le singe frappe le clavier *jusqu'à* l'apparition du mot « GOD ».

Écrire un algorithme n°2 qui simule ce mode opératoire N fois : frappe de L lettres consécutives jusqu'à l'apparition du mot ; enregistrement de L (pour en faire la moyenne) et recommencement, N fois.

Programmer cet algorithme et l'exécuter pour N=10 et pour N=100.

Nombre N d'essais jusqu'à apparition du mot	10	100	1000	10000
Longueur moyenne de la séquence				

4. Équipement

Dans un groupe de 100 élèves, une enquête sur l'équipement *hitech* personnel des élèves a montré que 90 élèves ont un téléphone portable, 85 ont un lecteur de *mp3*, 80 ont un lecteur de *dvd* et 75 ont un ordinateur. Combien au minimum/maximum ont les quatre équipements ?

5. Progrès

On n'arrête pas le progrès de la génétique, il y a maintenant des poules qui ont des dents et des poules bleues ! Trois poules sur 7 ont des dents et une poule sur 5 a les plumes bleues. On sait aussi qu'il y a autant de poules avec dents sans plume bleues que de poules sans dents ni plumes bleues. Quelle est la proportion de poules avec des dents parmi les poules bleues ?

6. Voyant rouge

Roméo monte en trombes dans sa voiture. Il est à la bourre ! Il s'aperçoit alors avec horreur que le voyant d'essence est allumé ! Comble de malchance, il a un rendez-vous très urgent avec Juliette. S'il arrive en retard, il sera bien ennuyé. Il sait que 9 fois sur 10, lorsque le voyant est rouge, il a suffisamment d'essence pour arriver à destination. Doit-il prendre de l'essence et arriver en retard, ou risquer la panne et en subir les conséquences qui seront 12 fois plus ennuyantes qu'un simple retard ?

DS n°8 de 2017 : *pour s'entraîner encore un peu plus... et stresser un peu moins*

I] Course de Mario Kart

Huit karts sont au départ du Grand Prix Multijoueurs.

a) Combien y a t-il d'ordres d'arrivée différents ?

b) En supposant que tous ces ordres sont équiprobables, quelle est la probabilité que Mario arrive parmi les trois premiers ?

II] Jeu des 7 familles

On dispose d'un jeu des 7 familles (6 cartes par famille : père, mère, fils, fille, grand-père et grand-mère) dans lequel on prélève, au hasard, deux cartes.

a) Combien y a t-il de mains différentes de deux cartes (NB : dans une main, l'ordre n'intervient pas) ?

b) On note A : « il y a deux cartes de la même famille » et B : « il y a un père et une mère ».

Quelles sont les probabilités des événements A , B , $A \cap B$ et $A \cup B$?

III] Contrôle de qualité

Dans une production de 100 000 pièces d'usine, on tire au hasard une pièce et on contrôle sa qualité. À l'issue du contrôle, la pièce est soit acceptée, soit refusée. Mais il arrive que le contrôle fasse quelques erreurs de diagnostic. On définit les événements suivants : V « la pièce est valable » et A « la pièce est acceptée ». On estime que 5% des pièces sont non valables, qu'une pièce valable est refusée dans 2% des cas, et qu'une pièce non valable est acceptée dans 20% des cas.

a) Quelle est la probabilité, pour une pièce choisie au hasard, d'être acceptée.

b) Le risque de l'acheteur R_A est la probabilité d'avoir une pièce non valable alors qu'elle est acceptée. Le risque du vendeur R_V est d'avoir une pièce refusée alors qu'elle est valable. Déterminer ces deux risques.

IV] Kangourou

Le kangourou Mat se trouve sur une route représentée par un axe gradué. Il se trouve, au départ, à l'origine O de cet axe (X=0) et avance chaque seconde selon l'algorithme ci-dessous, son avancement étant mesuré par la variable X.

A= nombre aléatoire de [0;1[
Si A<0,2 alors X=X+1

a) Élaborer un algorithme contenant une boucle qui simule T=3 secondes du mouvement de Mat et qui affiche la position finale du Kangourou.

b) Déterminer les valeurs possibles de l'abscisse du kangourou Mat au bout de T=3 secondes ainsi que les probabilités attachées à chacune de ces valeurs.

c) Modifier cet algorithme pour qu'il simule N fois T secondes du mouvement de Mat et détermine la moyenne des abscisses finales. Donner deux résultats d'exécution : pour T=3 ; N=100 et pour T=6 ; N=50.

V] La course de Lièvre et Tortue

a) Mme Tortue propose à Mr Lièvre de faire une course : Mme Tortue tire deux dés cubiques et avance d'une case si la somme des dés est inférieure à 12. Elle gagne si elle réussit à avancer ainsi de 12 cases. Si c'est le double-six qui sort, c'est Mr Lièvre qui avance de 12 cases d'un coup et remporte la course. Qui, de Mr Lièvre ou de Mme Tortue, a le plus de chances de gagner au jeu proposé par Mme Tortue ? (Justifier la réponse)

b) Mr Renard intervient et propose que la règle de Mme Tortue soit modifiée ainsi : le nombre N de cases à parcourir par Mme Tortue est fixé à une valeur suggérée, pas forcément 12. Quelle valeur de N doit suggérer Mr Renard pour que ce jeu soit le plus équitable possible ?

VI] Chapeaux

a) Trois personnes déposent leur chapeau au vestiaire d'un restaurant. La dame du vestiaire, un tantinet espiègle, décide de rendre les chapeaux au hasard. Déterminer les valeurs possibles du nombre de personnes qui retrouvent leur chapeau ainsi que les probabilités attachées à chacun de ces valeurs.

b) En supposant qu'il y a quatre personnes, quatre chapeaux et la même dame espiègle au vestiaire, déterminer la probabilité de l'événement E : « Aucune des personnes ne retrouve son chapeau ».

Bonus (1 point) : Déterminer la probabilité de l'événement E avec cinq personnes et cinq chapeaux.