TD n°2 de probabilité : L'hypothèse d'équiprobabilité

1. <u>Jeu de la voiture et des chèvres</u>

Lors d'un jeu télévisé, le présentateur montre trois portes fermées au candidat et affirme que derrière l'une d'entre-elles se cache une voiture qui sera offerte si le candidat indique la bonne porte. Derrière chacune des autres porte se cache une chèvre.

- Le candidat choisit tout d'abord une porte (pour l'instant on n'ouvre pas cette porte).
- Le présentateur ouvre, parmi les deux portes restantes, une porte qui cache une chèvre.
- Le candidat a le choix entre deux stratégies : *maintenir son premier choix* ou *le modifier.*

Y a t-il une stratégie meilleure que l'autre ?
Étudier les deux stratégies en cherchant où se situe l'équiprobabilité.

2. <u>Loto</u>

La règle du loto a été changée récemment. Avant le 06/10/08, on jouait six numéros sur 49 possibles. Vérifier qu'alors la probabilité $P(\text{loto})$ de gagner le gros lot (trouver les six bons numéros) était de 1 sur 13 983 816 comme indiqué dans le texte.

Le **Loto** de la *Française des jeux* -qui est un jeu de loterie c'est à dire jeu de hasard et d'argent- a changé de formule le 6 octobre 2008. L'ancienne formule était en place depuis les début du jeu en 1976 et consistait à choisir 6 numéros parmi 49 soit une probabilté de trouver la bonne combinaison de 1 sur 13 983 816. Depuis octobre 2008 donc, une nouvelle grille est venue s'ajouter aux numéros de 1 à 49, celle du "numéro Chance" (numérotés de 1 à 10). Le nouveau Loto consiste donc à choisir 5 numéros de 1 à 49 et 1 numéro "Chance" parmi 10.

…

Et pour finir la dernière innovation de cette formule tient au 6ème rang de gain (numéro Chance trouvé) qui peut être cumulé avec les rangs 2, 3, 4 et 5 et dont le montant du gain est fixe: 2€ soit le prix d'une grille de jeu. En somme vous avez une chance sur dix de gagner au moins votre mise.

…

Calculer la probabilité de l'événement E_n : « on obtient n fois le côté pile » lorsqu'on joue n fois de suite à pile ou face. Comparer $P(E_n)$ et $P(\text{loto})$

Déterminer $P(\text{loto new})$ la nouvelle probabilité de gagner le gros lot, c'est-à-dire les cinq bons numéros et le n° chance.

Déterminer aussi :
la probabilité de E : « ne trouver aucun des six numéros »
la probabilité de F : « trouver 1 bon numéro sur les 5 de la grille »
la probabilité de G: « avoir une grille gagnante » (avoir au moins le n° chance ou 2 bons numéros sur les 5 de la grille).

3. <u>Les anniversaires</u>

Lors d'une soirée, il y a n=30 personnes présentes. Vous y rencontrez Jean Transenne, un ami d'ami qui vous dit : « Je parie 20 € que deux personnes ici ont la même date d'anniversaire ». Comme vous êtes persuadé que Jean ne connaît personne à cette soirée, surtout pas les dates d'anniversaires, parier avec lui vous parait-il risqué (en d'autres termes, quel serait votre espoir de gain à ce jeu si les 30 personnes avaient des dates d'anniversaires choisies au hasard) ?

Pour quelle valeur de n, ce pari est-il le plus équilibré ?

4. <u>Le problème du chevalier de Méré</u>

Nous sommes en 1654, le chevalier s'adresse à Pascal approximativement en ces termes « lorsque l'on tire quatre fois un dé à 6 faces, obtenir au moins un 6 est un événement favorable, par contre il semblerait que lorsque l'on tire vingt-quatre fois deux dés à 6 faces, obtenir au moins un double 6 est un événement défavorable. Cette observation vous semble t-elle correcte ? » Que répondriez-vous à la place de Pascal pour justifier les deux observations du chevalier ?

Compléments (extraits d'une ancienne évaluation)

a) Une usine fabrique des articles en grande quantité dont certains sont défectueux. La cause des défauts peut être D_1 : une erreur d'assemblage ou D_2 : un problème de dimension. Une étude statistique a permis de constater que 12% des articles fabriqués sont défectueux. 8% des articles fabriqués ont un défaut D_1 tandis que 6% des articles ont un défaut D_2. On prélève au hasard un article et on note E_1 : « l'article présente un défaut D_1 » et E_2 : « l'article présente un défaut D_2 ». Définir par une phrase les événements $E_1 \cup E_2$, $\overline{E_1 \cup E_2}$, $E_1 \cap E_2$ et $(\overline{E_1} \cap E_2) \cup (E_1 \cap \overline{E_2})$.

Déterminer grâce aux données, les probabilités de ces divers événements.

b) On lance deux dés tétraédriques (4 faces triangulaires isométriques) dont les faces sont numérotées de 1 à 4. On s'interroge sur les valeurs que peut prendre la somme S des dés et les différentes probabilités attachées à chacune de ces valeurs. Répondre à l'aide d'un tableau, en justifiant les réponses.

c) On dispose d'un jeu de 52 cartes dans lequel on prélève une carte au hasard. On note A : « la carte est un as » et P : « la carte est un pique ».

Quelle est la probabilité de l'événement $A \cup P$?

Bonus (+1 point) : quelle est la probabilité de tirer une main de quatre cartes contenant exactement une paire d'as (et rien d'autre de remarquable) ?

d) Le roi est issu d'une famille de deux enfants. Quelle est la probabilité que l'autre enfant soit une fille ? Argumentez votre réponse en justifiant l'équiprobabilité des différent cas possibles. (NB : il ne faut pas en douter, le roi est un garçon).