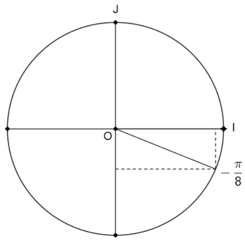
Barème : 5 pts par question

La calculatrice est autorisée ; n'oubliez pas de la mettre en mode rad.

I] Angles réels



a) Quelle est la mesure principale de l'angle $\alpha=\frac{2018\pi}{3}$ *rad* ?
Convertir en radians l'angle $\beta=2018\,°$.
Donner la mesure de l'angle $\gamma\in[2017\pi;2018\pi]$ de mesure principale $\frac{-\pi}{8}$ *rad.*

b) Tracer un cercle trigonométrique et y placer un point *M* tel que l'angle $\delta=\widehat{IOM}$ vérifie : $\delta\in[\pi;2\pi]$ et $\cos(\delta)=\frac{-\sqrt{2}}{2}$. Donner la valeur exacte de l'angle δ.

c) À l'aide de la calculatrice et du cercle trigonométrique, déterminer $\cos\lambda$ et l'angle λ (arrondir la valeur de λ au millième de *rad*) tel que $\lambda\in[\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}]$ et $\sin\lambda=\frac{-1}{3}$.

II] Propriétés

a) Simplifier les expressions *A* et *B* suivantes :

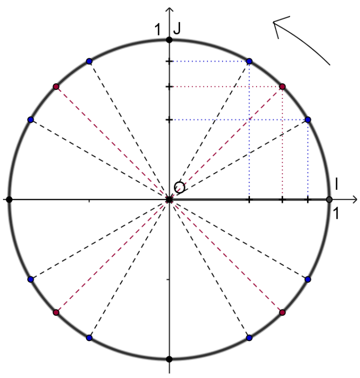
$$A=3\cos(x-\pi)-2\cos(-x)+\cos(\pi+x)-5\cos(2018\pi+x)\ ;\ B=\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)+\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)+\sin\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)$$

b) Sachant que $\cos(\mu)=\frac{\sqrt{3}}{3}$, déterminer les valeurs exactes de $\cos(\mu-\pi)$, $\sin(\mu)$ et $\cos\left(\frac{\pi+2\mu}{2}\right)$.

c) Sans calculatrice, montrer l'égalité suivante : $\sin^2\left(\frac{\pi}{8}\right)+\sin^2\left(\frac{3\pi}{8}\right)+\sin^2\left(\frac{5\pi}{8}\right)+\sin^2\left(\frac{7\pi}{8}\right)=2$.

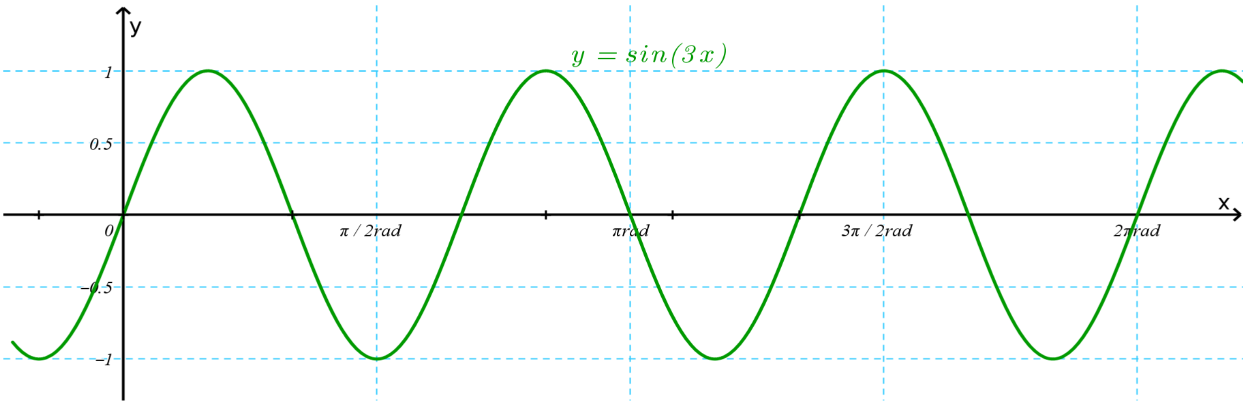
d) Montrer comment, à l'aide de la propriété de duplication du cosinus ($\cos 2x=2(\cos x)^2-1$), on peut déterminer la valeur exacte de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

III] Équations

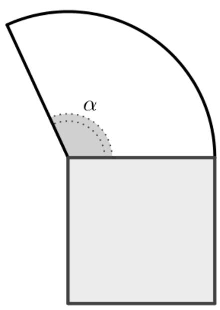


a) Compléter le cercle trigonométrique ci-contre avec les angles de $]0;\frac{\pi}{2}[$ et les valeurs remarquables de *cos* et *sin* correspondantes.
Résoudre alors l'équation E_1 : $\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{2}$ pour $x\in[-2\pi;2\pi]$.

b) Résoudre l'équation E_2 : $\cos x=\sin(3x)$ sur $\mathbb{R}$ tout d'abord, puis pour $x\in]0;2\pi]$ (ranger les solutions trouvées dans l'ordre croissant).
Faire figurer la courbe de la fonction *cosinus* sur l'illustration ci-dessous, puis retrouver graphiquement les valeurs trouvées pour E_2.
En s'appuyant sur le graphique, déterminer les solutions de l'inéquation $\cos x\geq\sin(3x)$ pour $x\in]0;2\pi]$.



IV] Problèmes



a) La température à Ottawa (Canada) est modélisée par la fonction $T(t)=15{,}8\sin\left(\frac{\pi}{6}(t-3)\right)+5$, où t est le nombre de mois écoulés depuis le 1er janvier.
Représenter graphiquement *T*(*t*) pour $0\leq t\leq 12$, puis déterminer la température maximale de l'année à Ottawa ainsi que la date à laquelle elle se produit.

b) Déterminer la mesure de l'angle au centre α (en *radians*) d'un secteur circulaire de rayon *R* pour que ce secteur ait même aire et même périmètre qu'un carré de côté *R*.