

1) Équations trigonométriques

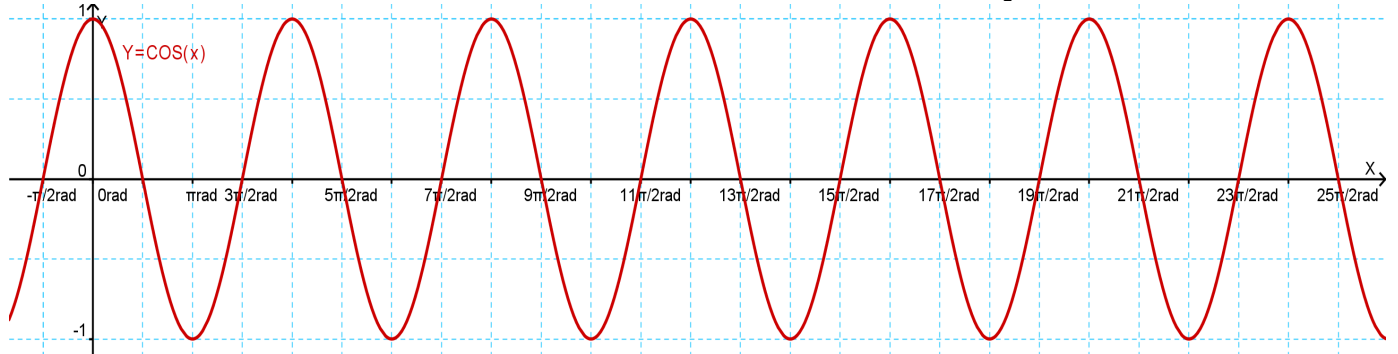
a) Première équation : $\cos x = \frac{1}{2}$

Écrire l'équation $\cos x = \frac{1}{2}$ sous la forme $\cos x = \cos \alpha$ où α est un angle de $[0; \pi]$ à déterminer.

Déterminer ensuite l'expression générale des solutions de l'équation $\cos x = \frac{1}{2}$ dans \mathbb{R} .

Déterminer enfin les solutions de l'équation qui sont dans l'intervalle $[0; 12\pi]$.

Retrouver sur la courbe de la fonction \cos ci-dessous les solutions de $\cos x = \frac{1}{2}$ sur cet intervalle.



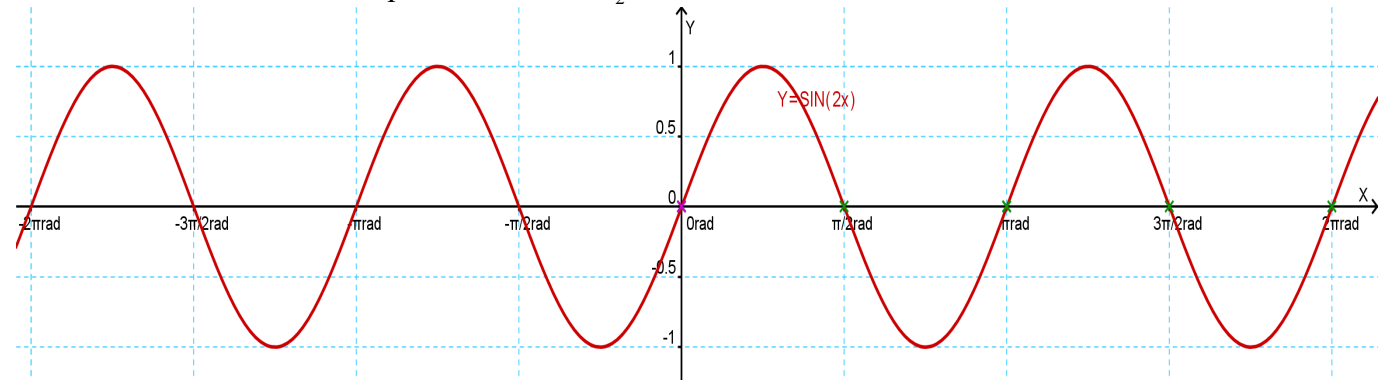
b) Deuxième équation $\sin(2x) = \frac{-\sqrt{3}}{2}$

Écrire l'équation $\sin(2x) = \frac{-\sqrt{3}}{2}$ sous la forme $\sin(2x) = \sin \alpha$ où α est un angle de $[\frac{-\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$ à déterminer.

Déterminer ensuite l'expression générale de $2x$; diviser par 2 (attention : diviser aussi le modulo); conclure. Donner enfin les solutions qui sont dans l'intervalle $[-2\pi; 2\pi]$.

La courbe ci-dessous représente la fonction $f: x \mapsto \sin 2x$ sur l'intervalle $[-2\pi; 2\pi]$.

Retrouver les solutions de l'équation $\sin 2x = \frac{-\sqrt{3}}{2}$ sur cette courbe.



c) Troisième équation : $\sin 3x = \cos(\frac{\pi}{4} - x)$

Déterminer, les solutions de l'équation $\sin 3x = \cos(\frac{\pi}{4} - x)$.

Déterminer les solutions de cette équation dans l'intervalle $]0; 2\pi]$.

d) D'autres équations (pour s'entraîner)

- Résoudre dans \mathbb{R} : $\cos x = \sin(\frac{\pi}{5})$; $\cos 3x = \sin x$; $\sin 3x = \cos 2x$
- Résoudre dans $[0; 2\pi[$: $\sin 2x = \cos(x - \frac{\pi}{3})$; $\sin(3x + \frac{\pi}{3}) = \sin(\frac{2\pi}{3} - x)$; $\cos^2 x = \sin^2 2x$

2) Périodicité

a) Quelles sont les périodes des fonctions définies par $F_1(x) = \sin(3x+1)$ et $F_2(x) = \cos(5x-3)$?

En déduire la période de la fonction F définie par $F(x) = F_1(x) + F_2(x)$.

De même, quelle est la période de $G(x) = \cos(4x - \frac{\pi}{2}) + \cos(6x + \frac{\pi}{3})$?

Généralisation : Si H_1 et H_2 sont des fonctions périodiques de périodes T_1 et T_2 , quelle est la période de la fonction $H = H_1 + H_2$ (notation abrégée *ad hoc* de la somme de deux fonctions) ?

b) La durée en heures du jour à Paris est modélisée par la fonction $D: t \mapsto 12 + 3,1 \sin(0,0172(t-80))$ où t est le nombre de jours écoulés depuis le 1^{er} janvier. Quels sont le maximum et le minimum de $D(t)$ et quels jours se produisent-ils selon ce modèle ? Préciser le rôle du nombre 80 dans l'expression de $D(t)$. Expliquer, de même, le rôle du nombre 0,0172. Expliquer aussi le rôle du nombre 12 et celui de 3,1.