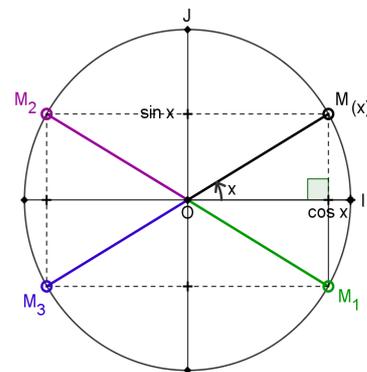


TD n°3 de trigonométrie : angles associés et périodicité

1) Les angles associés

a) À tout réel x de l'intervalle $]-\pi; \pi]$, on peut associer le point M du cercle trigonométrique correspondant à l'angle \widehat{IOM} de mesure x rad.

- En supposant que $x = \frac{\pi}{5}$, citer d'autres angles réels correspondant au même point M .
- Quelle est la forme générale des mesures d'angles réels correspondants au même point M ?



b) M_1 est le symétrique de M par rapport à (OI) .

- Donner la mesure principale de l'angle \widehat{IOM}_1 dans le cas où $x = \frac{\pi}{5}$.
- Citer d'autres angles réels correspondant au même point M_1 .
- Quelle est la forme générale des angles réels correspondants au même point M_1 ?

c) M_2 est le symétrique de M par rapport à (OJ) .

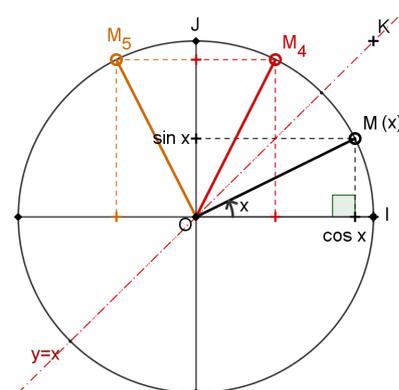
- Donner la mesure principale de l'angle \widehat{IOM}_2 dans le cas où $x = \frac{\pi}{5}$.
- Citer d'autres angles correspondant au même point M_2 .
- Quelle est la forme générale des angles correspondant au même point M_2 ?

d) M_3 est le symétrique de M par rapport à O .

- Donner la mesure principale de l'angle \widehat{IOM}_3 dans le cas où $x = \frac{\pi}{5}$.
- Citer d'autres angles réels correspondant au même point M_3 .
- Quelle est la forme générale des angles réels correspondants au même point M_3 ?

e) Autres angles associés importants : K étant le point de coordonnées $(1;1)$, M_4 est le symétrique de M par rapport à (OK) , la droite d'équation $y=x$ et M_5 est le symétrique de M_4 par rapport à (OJ) .

- Donner d'autres mesures de l'angle \widehat{IOM}_4 dans le cas où $x = \frac{\pi}{5}$.
- Donner d'autres mesures de l'angle \widehat{IOM}_5 dans le cas où $x = \frac{\pi}{5}$.



2) Lignes trigonométriques des angles associés

a) Utiliser le cercle trigonométrique pour exprimer les lignes trigonométriques de $-x$, $\pi - x$, $\pi + x$, $\frac{\pi}{2} - x$ et $\frac{\pi}{2} + x$ en fonction de x .

	$-x$	$\pi - x$	$\pi + x$	$\frac{\pi}{2} - x$	$\frac{\pi}{2} + x$
<i>cos</i>					
<i>sin</i>					

b) Deux applications

- En utilisant les lignes trigonométriques exactes des angles remarquables et les propriétés ci-dessus, déterminer $\cos(\frac{7\pi}{6})$, $\sin(\frac{5\pi}{6})$, $\cos(\frac{4\pi}{3})$, $\sin(\frac{10\pi}{3})$, $\sin(\frac{-3\pi}{4})$, $\cos(\frac{5\pi}{4})$.
- Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes : $\sin x = \frac{-\sqrt{3}}{2}$ et $\cos x = \sin(\frac{\pi}{5})$

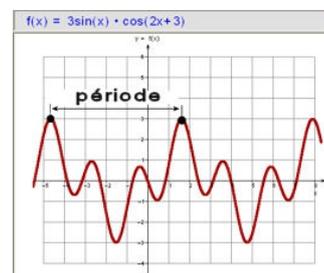
3) Périodicité

Une fonction F , définie sur \mathbb{R} ou sur une réunion d'intervalle d'amplitude T , est périodique de période $T > 0$ si $\forall x \in \mathbb{R}, F(x+T) = F(x)$ où T est le plus petit nombre vérifiant cette égalité.

a) Montrer que la fonction $f : x \mapsto \sin 3x$ est une fonction périodique de période $\frac{2\pi}{3}$. *indication : montrer que $f(x + \frac{2\pi}{3}) = f(x)$.*

b) Montrer que la fonction $g : x \mapsto \cos(2x+3)$ a pour période π .

Quelle est la période de la fonction f définie par $f(x) = 3 \sin(x) + \cos(2x+3)$ et illustrée par le graphique ci-contre? Expliquer pourquoi.



c) Quel est l'ensemble de définition de $\tan : x \mapsto \frac{\sin x}{\cos x}$?

Montrer que la période de \tan est π .