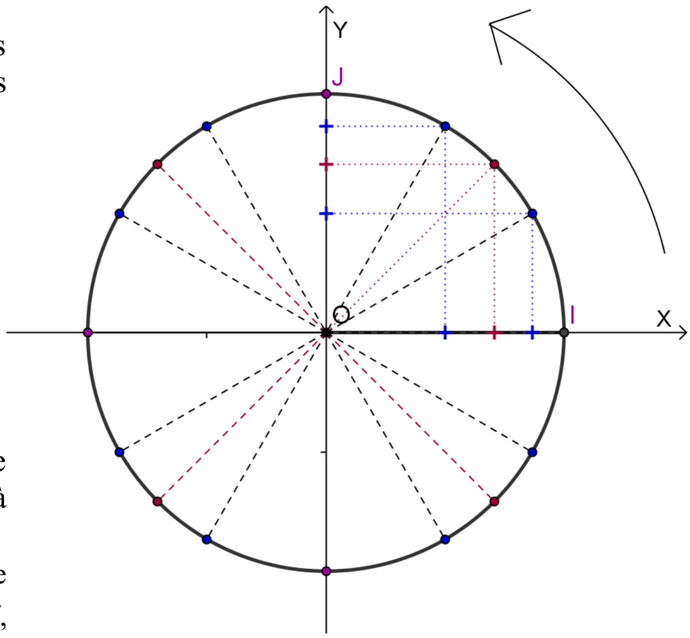
TD n°2 de trigonométrie : les angles réels

1) Position sur le cercle trigonométrique

Placer sur le cercle trigonométrique ci-contre les vingt points M_1 à M_{20}, correspondants aux angles exprimés en radians suivants :

$M_1(0)$; $M_2(\frac{\pi}{4})$; $M_3(\frac{\pi}{6})$; $M_4(\frac{2\pi}{3})$;
$M_5(\frac{-\pi}{3})$; $M_6(\frac{-\pi}{2})$; $M_7(-\pi)$; $M_8(\frac{3\pi}{4})$;
$M_9(12\pi)$; $M_{10}(\frac{7\pi}{2})$; $M_{11}(\frac{\pi}{12})$; $M_{12}(\frac{4\pi}{3})$;
$M_{13}(\frac{-7\pi}{6})$; $M_{14}(\frac{13\pi}{3})$; $M_{15}(\frac{-4\pi}{3})$; $M_{16}(-21\pi)$;
$M_{17}(\frac{-9\pi}{4})$; $M_{18}(\frac{23\pi}{6})$; $M_{19}(\frac{-17\pi}{3})$; $M_{20}(\frac{-121\pi}{2})$.



2) Mesure principale

La *mesure principale* d'un angle est celle de l'angle appartenant à l'intervalle $]-\pi\ ;\pi]$ qui correspond à la même position sur le cercle trigonométrique.
Par exemple, un angle mesurant $\frac{5\pi}{2}$ *rad*, a une mesure principale de $\frac{5\pi}{2}-2\pi=\frac{5\pi}{2}-\frac{4\pi}{2}=\frac{\pi}{2}$; on vérifie que $\frac{\pi}{2}$ *rad*, appartient bien à $]-\pi\ ;\pi]$.

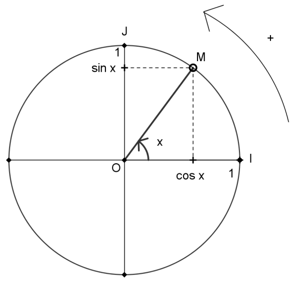
a) Déterminer la mesure principale des douze angles orientés exprimés en radians suivants, ainsi que le nombre de tours à ajouter à la mesure principale pour obtenir la mesure réelle :

Mesure réelle	$-\pi$	12π	$\frac{9\pi}{2}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{-7\pi}{6}$	$\frac{13\pi}{3}$	$\frac{-4\pi}{3}$	-21π	$\frac{-9\pi}{4}$	$\frac{23\pi}{6}$	$\frac{-17\pi}{3}$	$\frac{-121\pi}{2}$
Mesure principale												
Nombre de tours à ajouter												

b) Dans l'autre sens :
Déterminer l'angle appartenant à $]100\pi\ ;102\pi]$ qui a pour mesure principale $\frac{-\pi}{2}$ *rad.*
Déterminer l'angle appartenant à $]100\pi\ ;102\pi]$ qui a pour mesure principale $\frac{2\pi}{3}$ *rad.*

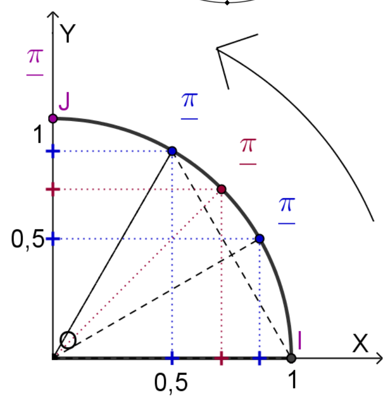
3) Lignes trigonométriques

M étant le point du cercle trigonométrique correspondant à l'angle réel *x*, on note (cos *x* ; sin *x*) les coordonnées de *M*. Ceci définit les fonctions cos et sin sur $\mathbb{R}$.
cos *x* et sin *x* sont aussi appelés *lignes trigonométriques* de l'angle réel *x*.



a) Rappeler les lignes trigonométriques exactes des angles remarquables suivants (à partir de maintenant, sauf précision contraire, les angles sont exprimés en radians) :

angle	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
cos					
sin					



b) En déduire les lignes trigonométriques exactes des angles suivants

angle	$\frac{-\pi}{3}$	$\frac{-\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{3}$
cos						
sin						

c) Déterminer l'angle α de $]100\pi\ ;102\pi]$ qui a pour lignes trigonométriques $\cos\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}$ et $\sin\alpha=\frac{-\sqrt{2}}{2}$.
Déterminer l'angle β de $]100\pi\ ;102\pi]$ qui a pour lignes trigonométriques $\cos\beta=\frac{-\sqrt{3}}{2}$ *et* $\sin\beta=\frac{1}{2}$.

d) Sachant que $\pi\leq x\leq 2\pi$ et que $\cos x=\frac{1}{3}$, en vous aidant du cercle trigonométrique, déterminer la valeur exacte de $\sin x$ (utiliser la relation $\cos^2 x+\sin^2 x=1$), puis déterminer une valeur approchée de x.