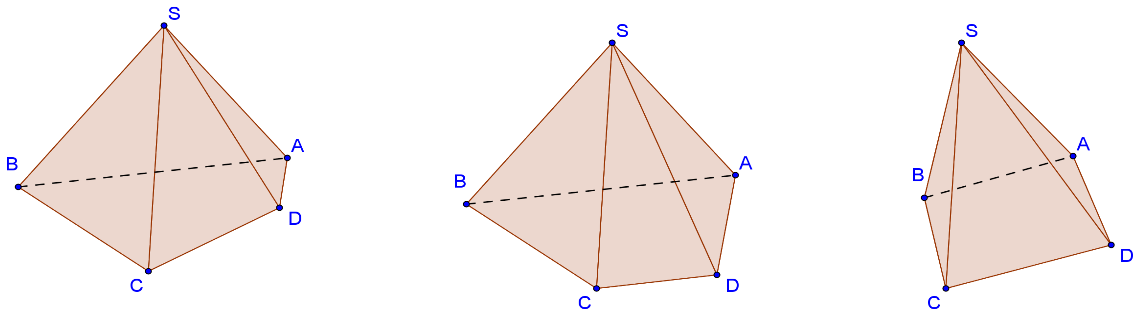
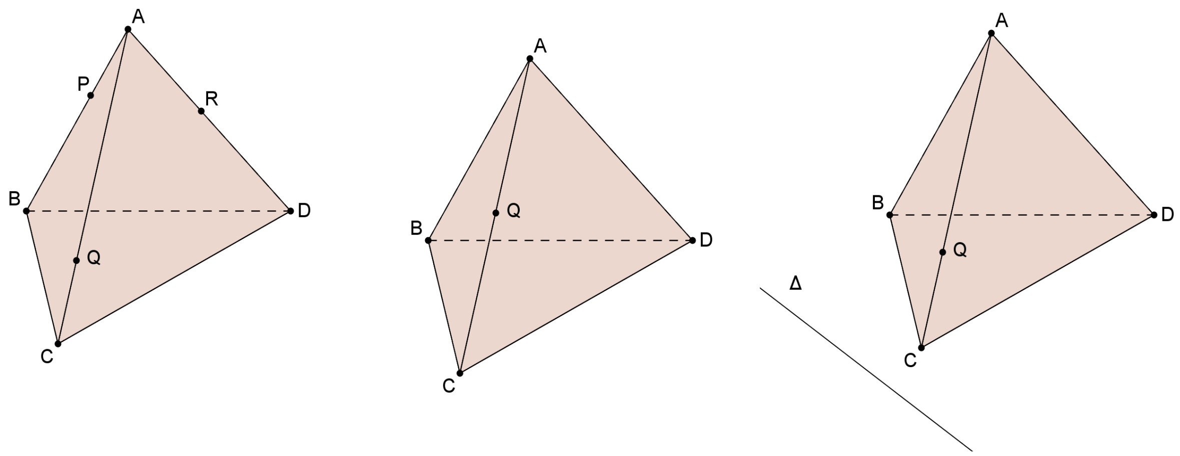
2de TD n°1 sur l'espace : intersections de plans et droites

1) Intersection de deux plans

a) Les figures ci-dessous représente une pyramide *SABCD* dont la base est un quadrilatère.
Construire en rouge l'intersection Δ de (*SAB*) et (*SCD*) et en bleu l'intersection Δ' de (*SBC*) et (*SAD*), dans les trois cas suivants : *ABCD* est (1) un quadrilatère quelconque (2) un trapèze (3) un parallélogramme.

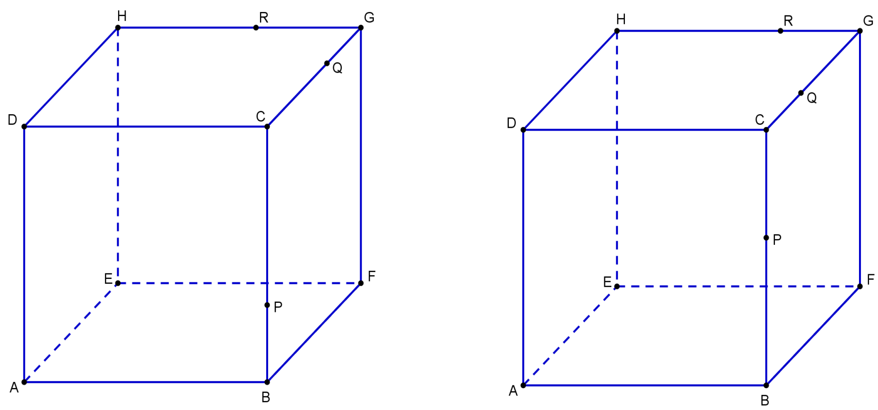


b) Un tétraèdre *ABCD* est coupé par un plan (*PQR*), *P* étant sur l'arête [*AB*], *Q* étant sur l'arête [*AC*] et *R* étant sur l'arête [*AD*]. Construire l'intersection Δ de (*BCD*) et (*PQR*) sur la figure de gauche, *P* et *R* sur celle de droite où Δ est tracée. Sur la figure centrale, construire *P* et *R* de sorte que Δ n'existe pas.



c) Un cube *ABCDEFGH* est coupé par un plan (*PQR*), *P* étant sur l'arête [*BC*], *Q* étant sur l'arête [*CG*] et *R* étant sur l'arête [*GH*]. Construire la trace du plan (*PQR*) sur les faces du cube dans les deux cas suivants.

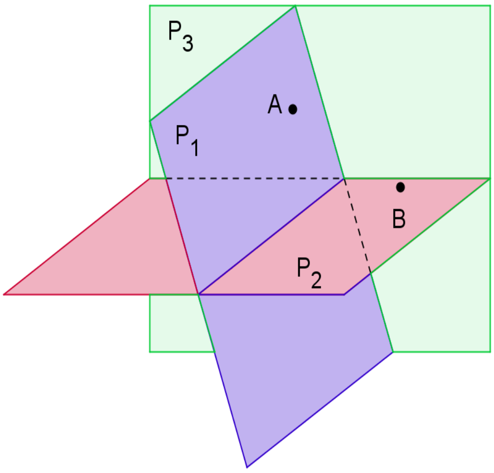
<u>Indication</u> : Deux plans P et P' étant parallèles, un 3ème plan coupant P selon une droite D coupera P' selon une droite D'//D.
Ici, nous avons un cube, et par conséquent les plans des faces opposées sont parallèles On peut donc appliquer la propriété ci-dessus sachant que, sur la représentation en perspective cavalière, les droites parallèles sont représentées parallèles.

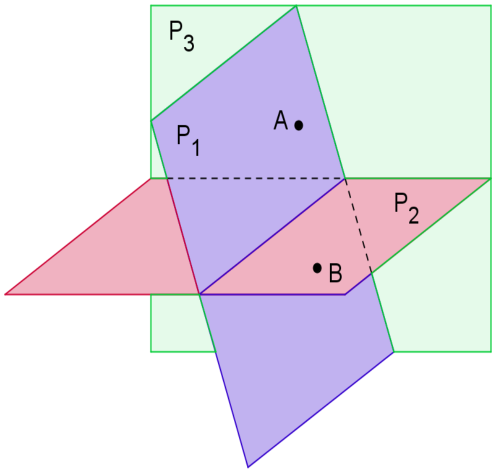


2) intersection d'une droite et d'un plan

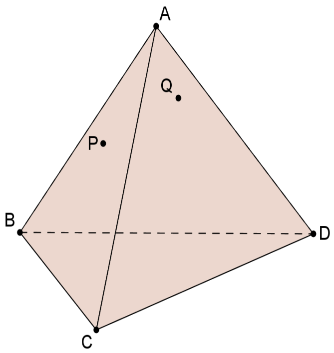
a) Trois plans P_1, P_2, et P_3 sont deux à deux sécants. A est sur P_1, B est sur P_2. Construire, s'il existe, le point C d'intersection de la droite (AB) et du plan P_3.

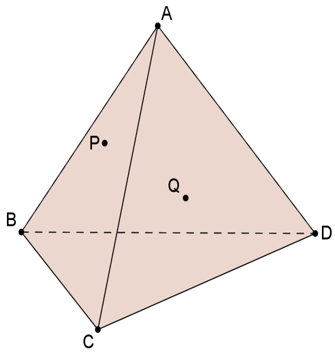
Indication : la construction d'un point se réalise par intersection de deux droites. On peut placer un point I quelque part sur $P_1 \cap P_2$ *puis tracer (IA) et (IB) pour déterminer l'intersection de (IAB) et de* P_3*. Le point C est sur cette droite et sur (AB).*

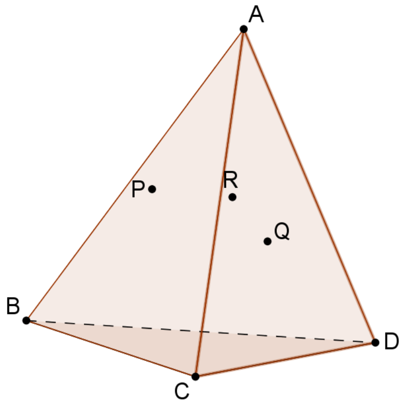




b) Les points P et Q appartiennent aux faces ABC et ACD d'un tétraèdre $ABCD$. Construire le point R d'intersection de la droite (PQ) et du plan (BCD). À droite, R est un point de la face ABD. Construire l'intersection du plan (PQR) avec les faces du tétraèdre.







Indication : Tracer l'intersection de (PQ) avec (BCD), puis de (RQ) avec (BCD). Cela permet de construire l'intersection de (PQR) avec (BCD). De là, le reste s'en déduit.

c) Un cube $ABCDEFGH$ est coupé par un plan (PQR), P étant sur la face DCG, Q étant sur la face ABC et R étant sur la face BCG.
On demande de construire la trace du plan (PQR) sur les faces du cube dans le cas ci-contre.

Indication : construire, avec la méthode vue à la question a), l'intersection de la droite (QR) et du plan (DCG) : on doit choisir un point I sur [BC] *et tracer l'intersection de (IQR) et (DCG)...*
La droite (QR), qui appartient au plan (BQR), coupe le plan (DCG) sur cette droite en un point J. Déterminer J, puis tracer (PJ) qui est la trace du plan (PQR) sur la face supérieure du cube.Le reste suit aisément.