TD n°3 : valeurs absolues

On rappelle que $|x|=x$ si $x\geq 0$ et $|x|=-x$ si $x\leq 0$. Par exemple $|2{,}5|=2{,}5$ et $|-2{,}3|=2{,}3$.
Si $a>0$, $|x|<a$ équivaut à l'encadrement $-a<x<a$; mais si $a<0$, $|x|<a$ n'a pas de solution.
De plus, pour $a>0$, $|x|>a$ équivaut au système $x>a$ ou $x<-a$; mais si $a<0$, $|x|>a$ est toujours vrai.

I] Compréhension de la définition

Écrire les expressions suivantes sans les barres de valeur absolue, en précisant le domaine de validité :

$$f(x)=|x-2| \;;\; g(x)=|3x-2| \;;\; h(x)=f(x)+g(x)=|x-2|+|3x-2|$$

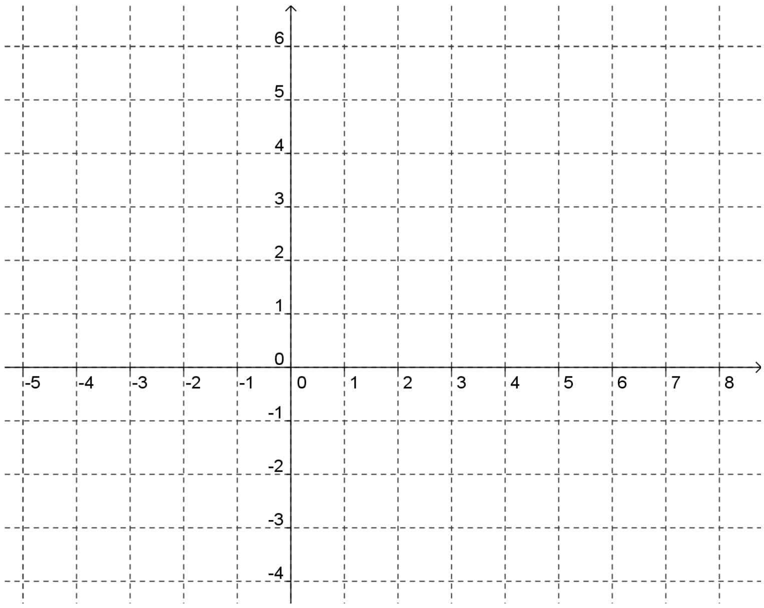
Présenter cela dans un tableau, comme si on faisait un tableau de signes

x			
$f(x)=\lvert x-2\rvert$			
$g(x)=\lvert 3x-2\rvert$			
$h(x)=f(x)+g(x)$			

II] Courbes représentatives

a) Représenter les fonctions *f*, *g* et *h* sur le même graphique.

Indication : Utiliser les formes sans barres de valeur absolue obtenues au I)



III] Équations et inéquations

En utilisant le graphique et, éventuellement, les calculs algébriques résoudre dans $\mathbb{R}$:

a) Les équations :

E_1 : $|x-2|=0$

E_2 : $|3x-2|=|x-2|$

E_3 : $|x-2|+|3x-2|=5$

b) Les inéquations :

I_1 : $|x-2|<5$

I_2 : $|x-2|>1$

c) En déduire les solutions des encadrements

I_3 : $1<|x-2|<5$

I_4 : $2\leq|3x-2|\leq 3$

IV] Petits problèmes

a) On considère la fonction *f* définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=|x-1|+|x+1|-|2x|$.
Calculer les images par *f* des nombres de $S=\{1, 2, 3, 4, 5, -1, -2, -3, -4, -5\}$.
Peut-on, à partir de ces valeurs, simplifier l'expression de $f(x)$?
Simplifier l'expression de $f(x)$.

b)Tracer à la main la courbe de la fonction *f* définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=||x+1|+|x-1|-6|$.
indication: considérer que $f(x)=|g(x)|$ *où* $g(x)$ *est une expression que l'on cherchera à écrire sans les barres de valeurs absolues.*