# TD n°2 : Fonctions homographiques

## I] Fonctions homographique n°1

On se propose d'étudier la fonction *f* définie par $f(x)=\frac{x-1}{x-2}$ .

a) Quel est la valeur de $x$ interdite ?

Quel est l'ensemble de définition de *f* ? (sous la forme d'une réunion d'intervalles)

b) Écrire *f*(*x*) sous la forme canonique des fonctions homographiques $f(x)=\alpha+\frac{\beta}{x-\gamma}$ .

(Montrer que $\alpha=1;\beta=1$ et $\gamma=2$ )

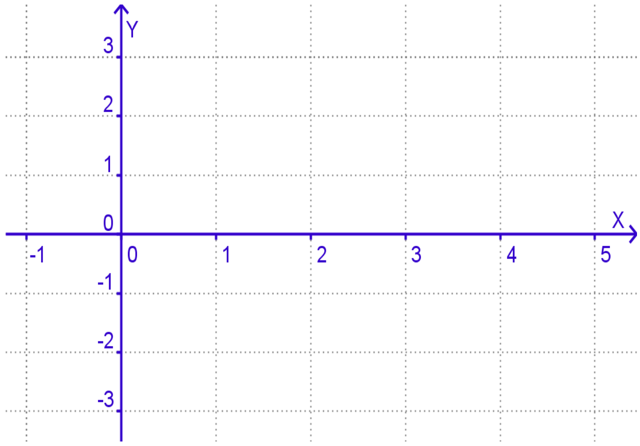
c) Déterminer le taux d'accroissement de *f* entre $x_1$ et $x_2$ .

(Montrer que $\tau=\frac{-1}{(x_1-2)(x_2-2)}$ )

d) Déduire de ce rapport le sens de variation de *f* sur chacun des intervalles composant $D_f$ .

e) Dresser le tableau de variation de *f* qui résume cela :

| | |
|---|---|
| $x$ | |
| $f(x)$ | |




f) Déduire de ce rapport vers quelle valeur s'approche $f(x)$ quand $x$ devient infiniment grand (ou petit) ?

Ajouter cette valeur dans le tableau.

g) Chercher les coordonnées des points d'intersection de la courbe de *f* avec les axes.

Avec l'axe des ordonnées : $f(0)=$................. .

Avec l'axe des abscisses : pour $f(x)=0, x=$...............

h) Tracer la courbe représentant *f*.

## II] Fonctions homographique n°2

La fonction *g* est définie par $g(x)=\frac{3x-1}{x-2}$ .

a) Quel est l'ensemble de définition de *g* ? $D_g=$.................

b) Écrire *g*(*x*) sous la forme canonique.

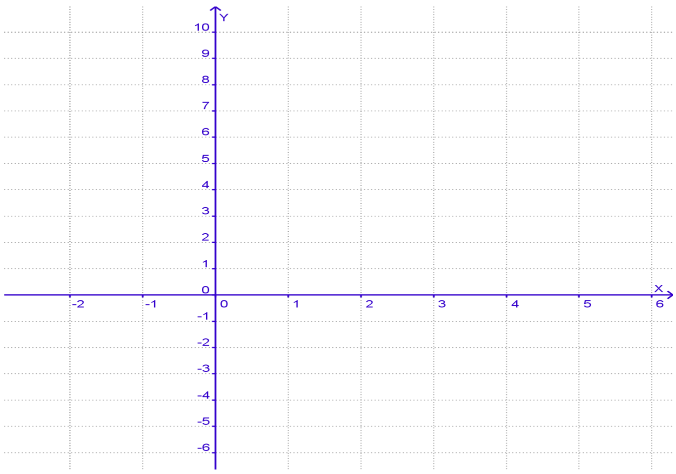
c) Déterminer le taux d'accroissement de *g* entre $x_1$ et $x_2$ .

d) Déduire de ce rapport le sens de variation de *g* sur chacun des intervalles composant $D_g$ .

e)Déduire de ce rapport vers quelle valeur s'approche $g(x)$ quand *x* devient infiniment grand (ou petit) ?

f) Dresser le tableau de variation de *g* :

| | |
|---|---|
| $x$ | |
| $g(x)$ | |




g) Chercher les coordonnées des points d'intersection de la courbe de *g* avec les axes.

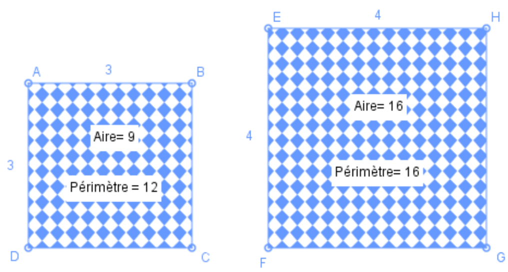
Avec l'axe des ordonnées : $g(0)=$.......

Avec l'axe des abscisses : $g(x)=0$ pour $x=$.......

h) Tracer la courbe représentant *g*.

## III] Fonctions homographique n°3 :

Refaire le travail pour la fonction *h* définie par $h(x)=\frac{1}{2x-3}$ .




## IV] Problème

Soient *x* et *y* la largeur et la longueur d'un rectangle (en *m*).

Exprimer le périmètre $\mathcal{P}$ et l'aire $\mathcal{A}$ du rectangle en fonction de *x* et *y*. On s'intéresse aux rectangles tels que $\mathcal{A}$ en $m^2$ égale $\mathcal{P}$ en *m*.

Déterminer la fonction *F* qui donne *y* à partir de *x* pour de tels rectangles. La figure montre une solution carrée (à droite) mais combien existe-t-il de tels rectangles dont les côtés sont des nombres entiers de *m* ? Faire un graphique (tracer la courbe de la fonction *F*) pour trouver/montrer les différentes solutions (points de la courbe à coordonnées entières).