TD n°1 : Fonctions trinômes

I] Trinôme n°1

On se propose d'étudier la fonction *f* définie par $f(x)=x^2+x-6$.

a) Écrire *f*(*x*) sous la forme canonique $\alpha(x-\beta)^2+\gamma$.

$f(x)=.......(x-.......)^2+.......$ (ici $\alpha=....$; $\beta=....\gamma=....$)

b) En déduire que *f* admet un **minimum** $M=f(x_0)$ pour une valeur x_0 de x que vous déterminerez.

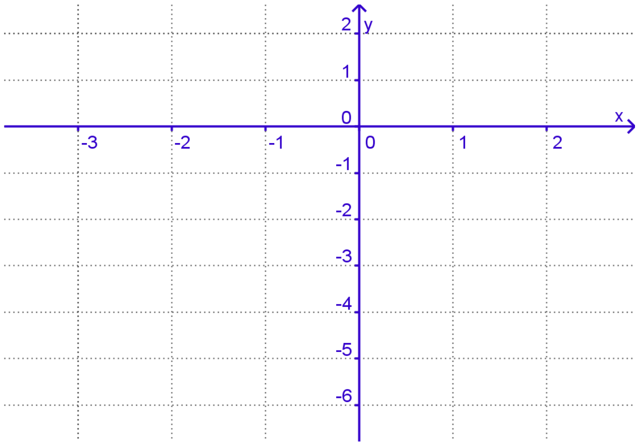
Rappel : *M* est un minimum de *f* si $\forall x\in D_f, f(x)\geq M$. $x_0 =$ …............ ; $M =$ …............

c) En déduire aussi le sens de variation de *f* à l'aide du signe du taux d'accroissement τ de *f* entre x_1 et x_2 , deux valeurs de la variable contenues dans un même intervalle *I* où la fonction est définie.

Taux d'accroissement $\tau=\frac{.....................}{.....................}$

Sur quel intervalle, le signe de τ reste t-il positif ?

Sur l'intervalle …................ $\tau>0$, donc *f* est …..........



d) Tableau de variation de *f* :

x	
$f(x)$	

e) Chercher les coordonnées des points d'intersection, si ils existent, de la courbe de *f* avec les axes.

Axe des ordonnées : $f(0)=.......$ donc la courbe passe par le point de coordonnées (... ;...)

Axe des abscisses : $f(x)=0$ pour $x=......$ et $x=......$ donc la courbe passe par les points (... ;...) et (... ;...)

Tracer alors la courbe représentant *f* sur un intervalle qui contient ces points.

II] Trinôme n°2

Étudions, de la même façon, la fonction *g* définie par $g(x)=-x^2+2x+4$.

a) Forme canonique : $g(x)=.......(x.........)^2+.......$

b) En déduire l'**extremum** (maximum ou minimum) de *g* :

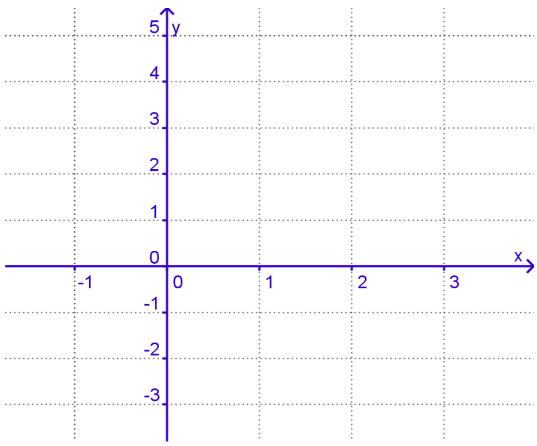
Pour $x=x_0=$…...., la fonction *g* admet un .... égal à ....

c) Taux d'accroissement τ de *g* : $\tau=\frac{.....................}{.....................}$

Étude du signe de τ

Sur l'intervalle *I*=......................., $\tau>0$ donc *g* est …............

Sur l'intervalle *I'*=......................., $\tau<0$ donc *g* est …............



x	
$g(x)$	

d) Points d'intersection de la courbe de *g* avec les axes.

Axe des ordonnées : $g(0)=......$ donc la courbe passe par le point de coordonnées (... ;...)

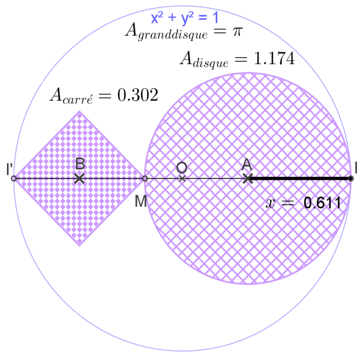
Axe des abscisses : $g(x)=0$ pour $x=...........\approx.......$ et $x=...........\approx.......$ donc la courbe passe par les points (... ;...) et (... ;...). Tracer alors la courbe représentant *g* sur un intervalle qui contient ces points.

III] Trinôme n°3

Refaire, de même, toutes les questions du I] pour la fonction *h* définie par $h(x)=9x^2-6x-4$.

IV] Problème

Dans un disque de rayon R=1 on insère un disque et un carré dans la configuration ci-contre où les centres *O*, *A* et *B* sont alignés. On veut étudier les variations de l'aire globale des deux figures lorsqu'on déplace le centre *A* du disque. On note *AI*=*x*. Dans quel intervalle varie *x* ?



- Déterminer les aires des deux figures intérieures puis leur somme notée $A(x)$. Vérifier que l'on peut écrire $A(x)=x^2(\pi+2)-4x+2$.
- Mettre $A(x)$ sous la forme canonique. En déduire la valeur x_0 de x pour laquelle A passe par un minimum ainsi que la valeur $A(x_0)$ de ce minimum. Tracer le tableau de variation et la courbe de *A*.