

TD n°3 de Statistiques : Mesures de la dispersion

Les paramètres qui mesurent la dispersion *absolue* d'une série :

<i>Étendue</i>	<i>différence entre les 2 valeurs extrêmes (Max-min)</i>
<i>Écart-inter-quartile</i>	<i>différence entre les quartiles 1 et 3 (= $Q_3 - Q_1$)</i>
<i>Écart-moyen</i>	<i>moyenne des écarts à la moyenne</i>
<i>Écart-type</i>	<i>racine carrée de la moyenne des carrés des écarts à la moyenne</i>

I] Calculs de l'étendue, de l'écart-moyen et de l'écart-type

Tailles (en cm) de 15 élèves :

178 – 180 – 181 – 182 – 178 – 182 – 179 – 178 – 182 – 178 – 178 – 179 – 180 – 180 – 182

⊛ Déterminer l'*étendue* : $e = \dots\dots\dots$

L'écart-type est défini par la formule $\sigma = \sqrt{\frac{\sum n_i(x_i - \bar{x})^2}{\sum n_i}}$ mais il se calcule aussi avec la formule équivalente $\sigma = \sqrt{\frac{\sum n_i x_i^2}{\sum n_i} - \bar{x}^2}$ (racine carrée de la différence entre la moyenne des carrés et le carré de la moyenne) qui a l'avantage de n'introduire \bar{x} qu'à la fin des calculs : on calcule $T_1 = \sum n_i x_i$ et $T_2 = \sum n_i x_i^2$ et, de là, on en déduit \bar{x} et σ .

⊛ Compléter le tableau ci-dessous.

x_i	178	179	180	181	182	183	Totaux
n_i	5						$N = \sum n_i = 15$
							$T_1 = \sum n_i x_i =$
<i>Carré : x_i^2</i>	158420						$T_2 = \sum n_i x_i^2 =$
<i>Écart à la moyenne : $x_i - \bar{x}$</i>							$T_3 = \sum n_i x_i - \bar{x} =$

⊛ Calculer la moyenne $\bar{x} = \frac{T_1}{N} = \dots\dots\dots$, la moyenne des carrés $\frac{T_2}{N} = \dots\dots\dots$, la variance $\sigma^2 = \frac{T_2}{N} - \left(\frac{T_1}{N}\right)^2 \dots\dots\dots$ et enfin l'écart-type $\sigma = \dots\dots\dots$

⊛ Calculs de l'écart-moyen : $e_m = \frac{T_3}{N} = \dots\dots\dots$

L'écart-moyen nécessite le calcul préalable de \bar{x} et entraîne une erreur d'arrondi si on ne garde pas sa valeur exacte.

⚡ Comparer les résultats des trois paramètres e , σ et e_m mesurant la dispersion absolue de la série.

Utilisation du mode statistique de la calculatrice (voir pages 227-228 sur votre manuel) :

On entre les valeurs (x_i) et les effectifs (n_i) dans deux colonnes d'un tableau, puis on demande les statistiques à 1 variable (1Var) pour ces deux colonnes (onglet Stats sur la Numworks). On obtient tous les paramètres calculés ici plus quelques autres que vous reconnaîtrez comme Q_1 , M et Q_3 (simplement déterminés, ne s'agissant pas de classe).

II] Comparaison de séries statistiques

Calculs d'indicateurs *relatifs* de la dispersion : en divisant un indicateur *absolu* par une valeur centrale (moyenne, médiane ou mode) on obtient un indicateur *relatif* (sans unité) qui peut être utilisé pour comparer des séries très différentes. L'écart-type relatif $\frac{\sigma}{\bar{x}}$ est appelé *coefficient de variation*.

Voici les notes moyennes de maths et physique/chimie pour le 1^{er} trimestre d'un groupe de douze élèves :

Maths	10	10,3	15	19	16,8	16,5	17,5	11	13,5	15,5	12,7	10,2
Phys./Ch.	9,2	10	10,8	14,6	12,6	14,1	15,2	8,9	12,1	12	12,7	7,4

⊛ Déterminer la moyenne, l'écart-type et les coefficients de variation de ces deux séries

NB : On peut utiliser la calculatrice en mode statistique pour cela : il faut entrer les deux colonnes de valeurs et aussi une 3^{ème} colonne pour les effectifs (égaux à 1 pour chaque valeur).

	$\sum x_i$	$\sum x_i^2$	\bar{x}	σ	$\frac{\sigma}{\bar{x}}$
Maths					
Phys./Ch.					

⚡ Comparer ces deux séries.

Prolongement : reporter les points de coordonnées ($m;p$) où m est la note de maths et p la note de physique/chimie dans un graphique. Vous obtenez un nuage de points. Ce nuage vous semble-t-il traduire une liaison entre les deux notes moyennes? Que signifie cette liaison éventuelle?