Exercice 1 (Vrai-Faux)

Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses et justifier.

1. $10\,000x^2 - 1$ est positif pour tout réel x.
2. $\forall x \in \mathbb{R}, 10x^2 > 3x - 1$.
3. Si un polynôme du second degré $P(x)$ a ses coefficients positifs, alors $\forall x \in \mathbb{R}, P(x) > 0$.
4. La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^2 + 8x - 1$ a pour minimum 7.

Exercice 2 (Paraboles)

1. Dans le plan rapporté à un repère, on considère la parabole $\mathscr{P}$ d'équation $y = -7x^2+28x+3$. Déterminer les coordonnées du sommet de la parabole $\mathscr{P}$ ainsi que l'équation de son axe de symétrie.
2. Pour tout nombre réel m, on considère la fonction f_m définie par $f_m(x) = 2x^2 + mx + 1$. Montrer que les sommets des paraboles représentant les fonctions f_m sont situés sur une parabole $\mathcal{S}$; puis déterminer l'équation de la parabole $\mathcal{S}$.
3. Déterminer une expression des fonctions polynômes du second degré f_1 et f_2 représentées :
   - Pour f_1, par la parabole de sommet $S(1; 3)$ passant par le point $A(-1; 9)$
   - Pour f_2, par la parabole coupant l'axe des abscisses aux points d'abscisses 3 et 6 et passant par le point $B(7; -4)$.

Exercice 3 (Deux nombres)

1. Existe-t-il un rectangle d'aire 5 et de périmètre 8 ?
   Déterminer une condition nécessaire portant sur S et P pour qu'il existe des réels a et b ayant pour somme S et pour produit P.
2. On dispose de deux résistances R_1 et R_2.
   Montées en série ces résistances ont une résistance équivalente $R = R_1 + R_2$.
   Montées en parallèles, la résistance équivalente est $R' = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$.
   Déterminer R_1 et R_2 lorsque $R = 75\Omega$ et $R' = 18\Omega$.

Exercice 4 (Divers)

1. Déterminer les valeurs de m pour lesquelles l'équation $2x^2 + (m - 5)x + m + 3 = 0$ a deux solutions.
2. Dans le plan rapporté à un repère orthonormé, on considère la parabole $\mathscr{P}$ d'équation $y = 2x^2$ et la droite $\mathscr{D}$ d'équation $y = 3x - 4$.
   Étudier la position relative de $\mathscr{P}$ et $\mathscr{D}$ puis, en notant M et N deux points de même abscisse a appartenant respectivement à $\mathscr{P}$ et à $\mathscr{D}$, déterminer le réel a pour que la distance MN soit minimale.
3. Résoudre l'équation bicarrée $x^4 + 4x^2 - 5 = 0$
   (indication : poser $u = x^2$, résoudre l'équation en u puis conclure).

Exercice 5 (Divisibilité 1)

Soit P et D les polynômes définis par $P(x) = x^4 - x + b$ et $D(x) = x^2 - ax + 1$ où a et b sont des réels indépendants de x.

1. Effectuer la division euclidienne de $P(x)$ par $D(x)$.
   (écrire $P(x) = Q(x) \times D(x) + R(x)$ où R est un polynôme de degré inférieur à celui de D)
   Montrer en particulier que $R(x) = (a^3 - 2a - 1)x + 1 + b - a^2$.
2. Déterminer les valeurs des couples (a ; b) pour lesquelles $\forall x \in \mathbb{R}, R(x) = 0$.
3. En déduire les expressions $P(x)$, $Q(x)$ et $D(x)$ qui vérifient l'égalité $P(x) = Q(x) \times D(x)$.

Exercice 6 (Factorisations 1)

1. Factoriser $f(x) = x^3 - 1$. Montrer que la factorisation obtenue est ultime.
2. Montrer que le polynôme $g(x) = x^3 + x^2 - 4x + 6$ admet -3 pour racine.
   Factoriser alors ce polynôme.
3. Montrer que le polynôme $h(x) = x^3 + 4x^2 - x - 4$ a trois racines « évidentes » (racines entières). Factoriser alors ce polynôme, puis résoudre l'inéquation $h(x) > 0$.

Exercice 7 (Divisibilité 2)

Soit P et D les polynômes définis par $P(x) = x^4 + ax^2 + bx + c$ et $Q(x) = x^2 + x + 1$ où a, b et c sont des réels indépendants de x.

1. Effectuer la division euclidienne de $P(x)$ par $Q(x)$.
   (écrire $P(x) = Q(x) \times P'(x) + R(x)$ où R est un polynôme de degré inférieur à celui de Q)
   Montrer en particulier que $R(x) = (b - a + 1)x + 1 + c - a$.
2. À quelles conditions sur les réels a, b et c a t-on $\forall x \in \mathbb{R}, R(x) = 0$?
3. En déduire une factorisation pour :
   $P_1(x) = x^4 + x^2 + 1$, $P_2(x) = x^4 + 2x^2 + x + 2$ et $P_3(x) = x^4 + 3x^2 + 2x + 3$.

Exercice 8 (Factorisations 2)

1. Factoriser $f(x) = x^3 + 8$. Montrer que la factorisation obtenue est ultime.
2. Montrer que le polynôme $g(x) = x^3 + 3x^2 - 4$ a trois racines « évidentes » (racines entières) dont une double. Factoriser alors ce polynôme.
3. Montrer que le polynôme $h(x) = x^3 - 6x^2 + 7x + 4$ admet 4 pour racine.
   Factoriser alors ce polynôme, puis résoudre l'inéquation $h(x) < 0$.

Correction de l'exercice 1 (Vrai-Faux)
1) $10\,000x^2 - 1$ est positif pour tout réel x : FAUX.
Si $x = 10^{-5}$ alors $10\,000x^2 - 1 = 10\,00010^{-10} - 1 = 10^{-6} - 1 = -0,999999 < 0$.
Notez qu'on peut étudier le signe du polynôme $10\,000x^2 - 1$...

2) $\forall x \in \mathbb{R}, 10x^2 > 3x - 1$: VRAI.
Le polynôme $10x^2 - 3x + 1$ ne s'annule pas car $\Delta = 9 - 40 = -31 < 0$.
Il reste toujours positif (le signe de 10) et $10x^2 - 3x + 1 > 0 \iff 10x^2 > 3x - 1$.

3) Si un polynôme du second degré $P(x)$ a ses coefficients positifs, alors $\forall x \in \mathbb{R}, P(x) > 0$: FAUX.
$x^2 + 10x + 1$ a tous ses coefficients positifs, pourtant il peut être négatif, puisqu'il s'annule pour deux valeurs distinctes (car $\Delta = 100 - 4 = 96 > 0$).
Au lieu d'exhiber un contre-exemple, on aurait pu étudier le signe du discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$: comme les coefficients positifs b^2 et $4ac$ sont tous les deux positifs, leur différence peut être négative (dans ce cas le trinôme est toujours positif) ou négative (dans ce cas le trinôme change de signe sur$\mathbb{R}$).

4) La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^2 + 8x - 1$ a pour minimum 7 : FAUX.
La forme canonique de $f(x)$ est $-2(x-2)^2 + 7$ car :
$-2x^2 + 8x - 1 = -2(x^2 - 4x + \frac{1}{2}) = -2((x-2)^2 - 4 + \frac{1}{2}) = -2((x-2)^2 + \frac{-7}{2}) = -2(x-2)^2 + 7$.
Le maximum est donc 7 (atteint pour $x = 2$) ; ce n'est pas un minimum.
On pouvait tout simplement remarquer que $f(0) = -1 < 7$ ou plus simplement encore : comme le coefficient de x^2 est négatif, ce trinôme admet un maximum, mais pas de minimum...

Correction de l'exercice 2 (Paraboles)
1) Pour déterminer les coordonnées du sommet de la parabole $\mathscr{P}$ d'équation $y = -7x^2 + 28x + 3$, cherchons la forme canonique de $-7x^2 + 28x + 3$:
$-7x^2 + 28x + 3 = -7(x^2 - 4x - \frac{3}{7}) = -7((x-2)^2 - 4 - \frac{3}{7}) = -7((x-2)^2 + \frac{-31}{7}) = -7(x-2)^2 + 31$.
Le sommet de la parabole a pour coordonnées $(2; 31)$.
L'axe de symétrie de cette parabole est la droite d'équation $x = 2$.

2) Les sommets des paraboles représentant les fonctions f_m définie par $f_m(x) = 2x^2 + mx + 1$ ont des coordonnées égales à $(x = \frac{-b}{2a} = \frac{-m}{4}; y = \frac{-b^2+ac}{4a} = \frac{-m^2+8}{8} = 1 - \frac{m^2}{8})$.
On remarque alors que $y = 1 - \frac{m^2}{8} = 1 - 2\left(\frac{-m}{4}\right)^2 = 1 - 2x^2$.
Ils sont donc situés sur la parabole $\mathcal{S}$ d'équation $y = 1 - 2x^2$.

3) a) La parabole de sommet $S(1; 3)$ a pour équation $y = a(x-1)^2 + 3$.
Sachant que la parabole passe par le point $A(-1; 9)$, on en déduit :
$9 = a(-1-1)^2 + 3 = 4a + 3 \iff a = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$.
Par conséquent, l'expression cherchée est $f_1(x) = \frac{3}{2}(x-1)^2 + 3$.

b) La parabole coupant l'axe des abscisses aux points d'abscisses 3 et 6 a pour équation $y = a(x-3)(x-6)$.
Sachant que la parabole passe par le point $B(7; -4)$, on en déduit $-4 = a(7-3)(7-6) = 4a \iff a = -1$.
Par conséquent, l'expression cherchée est $f_2(x) = -(x-3)(x-6)$.

Correction de l'exercice 3 (Deux nombres)
1) On cherche à avoir $xy = 5$ et $2(x+y) = 8 \iff x + y = 4$; les nombres x et y cherchés seraient les solutions de l'équation $x^2 - 4x + 5 = 0$. Il n'existe pas de solutions réelles car le polynôme $x^2 - 4x + 5$ a un discriminant négatif ($\Delta = 16 - 20 = -4 < 0$). Le rectangle d'aire 5 et de périmètre 8 n'existe pas.
Une condition nécessaire pour qu'il existe des réels a et b ayant pour somme S et pour produit P est que le polynôme $x^2 - Sx + P$ aie un discriminant positif, soit $S^2 - 4P > 0$. Dans notre exemple, on avait $S^2 - 4P = 4^2 - 4 \times 5 = -4 < 0$.

2) On a $R = R_1 + R_2 = 75$ et $R' = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_1+R_2}{R_1R_2} = 18$.
On en déduit que $R_1 + R_2 = 75$ et $\frac{75}{R_1R_2} = 18 \Longleftrightarrow R_1R_2 = \frac{75}{18} = \frac{25}{6}$;
les nombres cherchés sont solutions de l'équation $x^2 - 75x + \frac{25}{6} = 0 \Longleftrightarrow 6x^2 - 450x + 25 = 0$.
Le discriminant est positif : $\Delta = 450^2 - 4 \times 6 \times 25 = 201900$.
Il y a donc deux solutions :
$R_1 = \frac{450+10\sqrt{2019}}{12} = \frac{225+5\sqrt{2019}}{6} \approx 74.9444\Omega$ et $R_2 = \frac{450-10\sqrt{2019}}{12} = \frac{225-5\sqrt{2019}}{6} \approx 0,0556\Omega$.

Correction de l'exercice 4 (Divers)

1) L'équation $2x^2 + (m-5)x + m + 3 = 0$ a deux solutions si et seulement si le discriminant $\Delta = (m-5)^2 - 4 \times 2 \times (m+3) = m^2 - 10m + 25 - 8m - 24 = m^2 - 18m + 1$ est positif.
Or le discriminant de ce polynôme en m étant $\Delta' = 18^2 - 4 = 320 > 0$, ce polynôme s'annule pour $m_1 = \frac{18-\sqrt{320}}{2} = 9 - 4\sqrt{5} \approx 0,0557$ et $m_2 = \frac{18+\sqrt{320}}{2} = 9 + 4\sqrt{5} \approx 17,9443$ et est positif à l'extérieur de ces racines.
L'équation $2x^2 + (m-5)x + m + 3 = 0$ a donc deux solutions si et seulement si $x < m_1$ ou $x > m_2$.

2) La parabole $\mathscr{P}$ d'équation $y = 2x^2$ est au-dessus de la droite $\mathscr{D}$ d'équation $y = 3x - 4$ lorsque $2x^2 > 3x-4 \Longleftrightarrow 2x^2-3x+4 > 0$. Or le polynôme $2x^2-3x+4$ ne s'annule pas car $\Delta = 9-32 = -23 < 0$; il est donc toujours du même signe positif (pour $x = 0$ on a $2x^2-3x+4 = 4 > 0$). $\mathscr{P}$ est donc toujours au-dessus de $\mathscr{D}$.
La distance MN est l'écart entre les deux ordonnées ; comme $y_M = 2a^2$ et $y_N = 3a - 4$ et comme on sait que $\mathscr{P}$ est toujours au-dessus de $\mathscr{D}$, cette distance s'écrit $y_M - y_N = 2a^2 - (3a-4) = 2a^2 - 3a + 4$.
On revient au polynôme $2x^2 - 3x + 4$; sa forme canonique est $2(x - \frac{3}{4})^2 + \frac{23}{8}$.
Comme $\forall x \in \mathbb{R}, (x - \frac{3}{4})^2 \geqslant 0$, on en déduit que $\forall x \in \mathbb{R}, (x - \frac{3}{4})^2 + \frac{23}{8} \geqslant +\frac{23}{8}$.
La distance minimum est $\frac{23}{8}$; elle est atteinte lorsque $a = \frac{3}{4}$.

3) Avec le changement de variable $u = x^2$, l'équation bicarrée $x^4+4x^2-5 = 0$ s'écrit $u^2+4u-5 = 0$.
Cette équation en u a pour solutions $u_1 = \frac{-4+\sqrt{16+20}}{2} = \frac{-4+6}{2} = 1$ et $u_2 = \frac{-4-\sqrt{16+20}}{2} = \frac{-4-6}{2} = -5$.
Comme on doit avoir $u = x^2$, u doit nécessairement être positif. Il reste donc la solution $u = 1$ qui conduit a deux solutions $x_1 = 1$ et $x_2 = -1$.

Correction de l'exercice 5 (Divisibilité1)

a) Division euclidienne de $P(x) = x^4 - x + b$ par $D(x) = x^2 - ax + 1$ où a et b sont des réels indépendants de x :

$$
\begin{array}{l|l}
x^4 \qquad\qquad - x + b & x^2 - ax + 1 \\
\underline{-x^4 + a x^3 - x^2} & \overline{x^2 + a x + (a^2-1)} \\
\qquad a x^3 - x^2 - x + b & \\
\quad \underline{-a x^3 + a^2 x^2 - a x} & \\
\qquad (a^2-1)x^2 - (1+a)x + b & \\
\quad \underline{-(a^2-1)x^2 + a(a^2-1)x - (a^2-1)} & \\
\qquad\qquad [a(a^2-1) - (1+a)]x + b - (a^2-1) &
\end{array}
$$

En effectuant cette division, je trouve un quotient $Q(x) = x^2 + ax + a^2 - 1$ et un reste $R(x) = [a(a^2 - 1) - (1 + a)]x + b - (a^2 - 1) = [a^3 - 2a - 1]x + 1 + b - a^2$ qui est bien un polynôme de degré inférieur à celui de D puisqu'il est de degré 1 alors que D est de degré 2.
NB : l'indication donnée dans l'énoncé était donc bien correcte...

b) Pour que $\forall x \in \mathbb{R}, R(x) = 0$, on doit avoir tous les coefficients de R qui sont nuls, soit $a^3 - 2a - 1 = 0$ et $1 + b - a^2 = 0$.
On doit donc avoir $b = a^2 - 1$ et $a^3 - 2a - 1 = 0$.
Cette dernière équation a une racine évidente qui est $a = -1$.
On peut donc l'écrire $(a + 1)(a^2 + \alpha a - 1) = 0$ avec $\alpha = -1$ (identification des termes de degré 1 ou 2).
L'équation $(a + 1)(a^2 - a - 1) = 0$ admet trois solutions qui sont -1, $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ et $\varphi' = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$.
Les couples (a, b) qui conviennent sont $(-1, 0)$, $(\varphi, \varphi^2 - 1 = \varphi)$ et $(\varphi', \varphi'^2 - 1 = \varphi')$
En effet, les deux nombres trouvés vérifient l'égalité $a^2 - 1 = a$; le nombre φ est appelé « nombre d'or ».

c) Les expressions qui vérifient l'égalité $P(x) = Q(x) \times D(x)$ sont :

- $P(x) = x^4 - x$, $Q(x) = x^2 - x$, $D(x) = x^2 + x + 1$,
  soit $= x^4 - x = (x^2 - x)(x^2 + x + 1)$
- $P(x) = x^4 - x + \varphi$, $Q(x) = x^2 + \varphi x + \varphi$, $D(x) = x^2 - \varphi x + 1$,
  soit $= x^4 - x + \varphi = (x^2 + \varphi x + \varphi)(x^2 - \varphi x + 1)$
- $P(x) = x^4 - x + \varphi'$, $Q(x) = x^2 + \varphi' x + \varphi'$, $D(x) = x^2 - \varphi' x + 1$,
  soit $= x^4 - x + \varphi' = (x^2 + \varphi' x + \varphi')(x^2 - \varphi' x + 1)$

Correction de l'exercice 6 (Factorisations1)

a) $f(x) = (x - 1)(x^2 + x + 1)$ (c'est un cas particulier de la factorisation de $x^3 - a^3$ qui est dans le cours, mais on pouvait trouver avec la racine évidente 1 et la méthode d'identification).
La factorisation de f est ultime car le polynôme $x^2 + x + 1$ a un discriminant négatif (égal à -3) et ne se factorise donc pas.

b)$g(-3) = (-3)^3 + (-3)^2 - 4 \times (-3) + 6 = 0$; -3 est donc une racine de g.
Factorisons ce polynôme : $g(x) = x^3 + x^2 - 4x + 6 = (x + 3)(x^2 + ax + 2)$ (le premier et le dernier coefficients sont trouvés par une identification directe).
En développant, le terme de degré 2 a pour coefficient $3 + a = 1$ d'où $a = 1 - 3 = -2$.
On a donc $g(x) = (x + 3)(x^2 - 2x + 2)$.
Le discriminant du dernier facteur étant négatif ($\Delta = 4 - 8 = -1 < 0$), on ne peut pas mieux factoriser.

c) Les racines évidentes d'un polynôme à coefficients entiers étant à chercher parmi les diviseurs du terme constant, celles de $h(x) = x^3 + 4x^2 - x - 4$ sont à chercher dans l'ensemble $\{4, -1, 2, -2, 1, -1\}$.
$h(1) = 1 + 4 - 1 - 4 = 0$ donc 1 est une racine de h.
$h(-1) = -1 + 4 + 1 - 4 = 0$ donc -1 est une racine de h.
$h(-4) = -4^3 + 4^3 + 4 - 4 = 0$ donc -4 est une racine de h.
Ce polynôme se factorise donc en $h(x) = (x - 1)(x + 1)(x + 4)$.
Pour l'inéquation $h(x) > 0$, on fait un tableau de signes :

x		-4		-1		1	
x-1	-		-		-	0	+
x+1	-		-	0	+		+
x+4	-	0	+		+		+
h(x)	-	0	+	0	-	0	+

Ainsi $h(x) > 0 \iff -4 < x < -1$ ou $x > 1$.

Correction de l'exercice 7 (Divisibilité 2)

a) Division euclidienne de $P(x) = x^4 + ax^2 + bx + c$ par $Q(x) = x^2 + x + 1$ où a, b et c sont des réels indépendants de x :

$$\begin{array}{l|l}
x^4 \quad + ax^2 \quad + bx + c & x^2 + x + 1 \\
\underline{-x^4 - x^3 - x^2} & \hline
\quad -x^3 + (a-1)x^2 + bx + c & x^2 - x + a \\
\quad \underline{x^3 + x^2 + x} & \\
\qquad ax^2 + (b+1)x + c & \\
\qquad \underline{-ax^2 - ax - a} & \\
\qquad (b-a+1)x + c - a &
\end{array}$$

En effectuant cette division, je trouve un quotient $P'(x) = x^2 - x + a$ et un reste $R(x) = (b - a + 1)x + c - a$ qui est bien un polynôme de degré inférieur à celui de Q puisqu'il est de degré 1 alors que Q est de degré 2.

b) Pour que $\forall x \in \mathbb{R}, R(x) = 0$, on doit avoir tous les coefficients de R qui sont nuls, soit $b - a + 1 = 0$ et $c - a = 0$.
On doit donc avoir $b = a - 1$ et $c = a$.
Les triplets (a, b, c) qui conviennent sont $(a, a - 1, a)$ avec a un réel quelconque.

c) En déduire une factorisation pour :
- Pour $P_1(x) = x^4 + x^2 + 1$, on a $a = 1$, $b = 0$ et $c = 1$. Comme le triplet $(1, 0, 1)$ est de la forme $(a, a - 1, a)$, on en déduit que $P_1(x) = x^4 + x^2 + 1 = (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$.
- Pour $P_2(x) = x^4 + 2x^2 + x + 2$, on a $a = 2$, $b = 4$ et $c = 2$. Comme le triplet $(2, 1, 2)$ est de la forme $(a, a - 1, a)$, on en déduit que $P_2(x) = x^4 + 2x^2 + x + 2 = (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 2)$.
- Pour $P_3(x) = x^4 + 3x^2 + 2x + 3$, on a $a = 3$, $b = 2$ et $c = 3$. Comme le triplet $(3, 2, 3)$ est de la forme $(a, a - 1, a)$, on en déduit que $P_3(x) = x^4 + 3x^2 + 2x + 3 = (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 3)$.

Correction de l'exercice 8 (Factorisations2)

a) $f(x) = x^3 + 8 = (x + 2)(x^2 - 2x + 4)$ (c'est un cas particulier de la factorisation de $x^3 - a^3$ qui est dans le cours, mais on pouvait trouver avec la racine évidente -2 et la méthode d'identification).
La factorisation de f est ultime car le polynôme $x^2 - 2x + 4$ a un discriminant négatif (égal à -12) et ne se factorise donc pas.

b) Les racines évidentes d'un polynôme à coefficients entiers étant à chercher parmi les diviseurs du terme constant, celles de $g(x) = x^3 + 3x^2 - 4$ sont à chercher dans l'ensemble $\{4, -1, 2, -2, 1, -1\}$.
$g(1) = 1 + 3 - 4 = 0$ donc 1 est une racine de g.
$g(-2) = -8 + 12 - 4 = 0$ donc -2 est une racine de g.
Ce polynôme se factorise donc en $g(x) = (x - 1)(x + 2)(x + a)$. J'ai écrit les deux premiers facteurs, $(x - 1)$ et $(x + 2)$), qui se déduisent des racines et un 3e facteur du 1er degré $(x + a)$. Par identification, on trouve directement $a = 2$ et donc 2 est une racine double et on a $g(x) = (x - 1)(x + 2)^2$.

c)$h(4) = 4^3 - 6 \times 4^2 + 7 \times 4 + 4 = 0$; 4 est donc une racine de h.
Factorisons ce polynôme : $h(x) = x^3 - 6x^2 + 7x + 4 = (x - 4)(x^2 + ax - 1)$ (le premier et le dernier coefficients sont trouvés par une identification directe).
En développant, le terme de degré 2 a pour coefficient $-4 + a = -6$ d'où $a = -6 + 4 = -2$.
On a donc $h(x) = (x - 4)(x^2 - 2x - 1)$.
Le discriminant du dernier facteur étant positif ($\Delta = 4 + 4 = 8$), on peut encore factoriser puisqu'il y a deux nouvelles racines : $x_1 = \frac{2+\sqrt{8}}{2} = 1 + \sqrt{2}$ et $x_2 = \frac{2-\sqrt{8}}{2} = 1 - \sqrt{2}$. On a finalement $h(x) = (x - 4)(x - x_1)(x - x_2)$.
Pour l'inéquation $h(x) < 0$, on fait un tableau de signes :

x		x_2		x_1		4	
$x-4$	-		-		-	0	+
$x-x_1$	-		-	0	+		+
$x-x_2$	-	0	+		+		+
$h(x)$	-	0	+	0	-	0	+

Ainsi $h(x) < 0 \iff x < x_2$ ou $x_1 < x < 4 \iff x < 1 - \sqrt{2}$ ou $1 + \sqrt{2} < x < 4$.