DS n°3 : Géométrie

Exercice 1 (Trigonométrie(10 points))

a) Déterminer sans calculatrice (en justifiant) les valeurs exactes des nombres A et B suivants :
$A = \cos\frac{\pi}{10} + \cos\frac{2\pi}{5} + \cos\frac{3\pi}{5} + \cos\frac{9\pi}{10}$
$B = \cos\frac{\pi}{8} - \sin\frac{3\pi}{8} + \sin\frac{5\pi}{8} + \cos\frac{7\pi}{8}$

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\sin x = \frac{-1}{5}$ puis en donner la solution appartenant à $[\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}[$

c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\cos 3x = \sin(x - \frac{\pi}{4})$ puis en donner les solutions dans $[0; 2\pi[$

d) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $2\cos^2 x + 7\cos x - 4 = 0$ puis en donner les solutions dans $[0; 2\pi[$ (poser $X = \cos x$, résoudre l'équation en X, puis conclure).

e) Quelle est la période T de la fonction $f : x \longmapsto 25 + 4\sin(0,6x + \frac{\pi}{2}) + 29\sin(0,2x - \frac{\pi}{2})$? Justifier votre réponse. Montrer, de plus, que $\forall x \in \mathbb{R}, -8 \leqslant f(x) \leqslant 58$. En vous aidant de votre calculatrice, tracer la courbe de la fonction f sur l'intervalle $[0;T]$. Déterminer graphiquement (à 0,5 unité près) les solutions de l'inéquation $f(x) > 40$ sur $[0;T]$.

Exercice 2 (Produit scalaire(4 points))

Les questions qui suivent sont indépendantes.

a) Soient $ABCD$ un rectangle tel que $AB = 2BC$, I le milieu de $[BC]$ et J celui de $[CD]$ (voir fig.1).
Déterminer l'angle $(\overrightarrow{BJ}, \overrightarrow{IA})$ en évaluant le produit scalaire $\overrightarrow{BJ} \cdot \overrightarrow{IA}$ de deux façons différentes.

b) Soient ABC un triangle rectangle en A, A' le milieu de $[BC]$, H le projeté orthogonal de A sur $[BC]$. H se projette orthogonalement en I sur $[AB]$ et en J sur $[AC]$ (voir fig.2).
Montrer que les droites (AA') et (IJ) sont perpendiculaires.

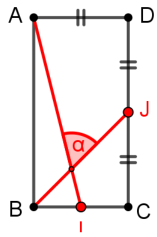
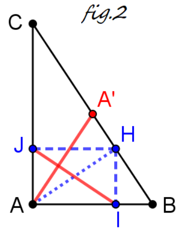


fig.1

fig.2


Exercice 3 (Angles (3 points))

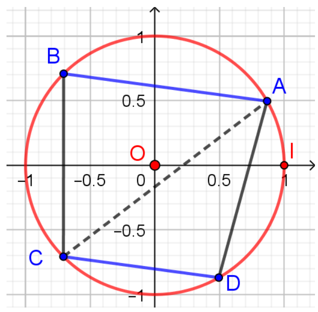
A, B, C, D sont les points d'abscisses curvilignes a, b, c, d du cercle trigonométrique.

On s'intéresse au cas où $(AB) \parallel (CD)$

a) Déterminer a, b, c, d dans la situation de la figure
Montrer que, dans ce cas particulier, on a $a + b = c + d \ [2\pi](\star)$

b) Montrer que, dans le cas général, la propriété $\star$ est toujours vraie.

c) Á l'aide du théorème de l'angle inscrit [1], déterminer $\widehat{ACB}$ et $\widehat{ACD}$.
En déduire les angles du trapèze isocèle $ABCD$ en fonction de a, b, c.



Exercice 4 (Algorithmique (3 points))

On veut mettre au point un algorithme qui donne la mesure principale d'un angle dont une mesure est $\frac{a\pi}{b}$, où a et b sont des entiers. Le traitement du cas où a et b sont de même signe est écrit à droite.

a) Donner la valeur de a à chaque étape du traitement lorsqu'on entre $a = 41$ et $b = 5$. Pourquoi le résultat affiché est correct ?

b) Écrire la partie manquante de l'algorithme qui traite le cas où a et b ne sont pas de même signe. On supposera que $a < 0$ et $b > 0$. Donner les étapes du traitement lorsque $a = -19$ et $b = 4$.

c) Écrire le programme qui traduit l'algorithme ainsi complété, dans le langage de votre calculatrice. Que donne le programme avec les couples $(a = 2018; b = 3)$ et $(a = -195; b = 16)$?

Saisir a et b
Si $a * b > 0$ alors
→ Tant que $\frac{a}{b} > 1$
→ → Affecter à a la valeur $a - 2b$
→ Fin du « Tant que »
→ Sinon

Fin du « Si »
Afficher a et b

1. un angle inscrit qui intercepte le même arc qu'un angle au centre mesure la moitié de cet angle au centre

Correction de l'exercice 1 (Trigonométrie(10 points))

a) Les nombres A et B suivants sont nuls :

$$\begin{aligned}
A &= \cos\frac{\pi}{10} + \cos\frac{2\pi}{5} + \cos\frac{3\pi}{5} + \cos\frac{9\pi}{10} \\
&= \cos\frac{\pi}{10} + \cos\frac{(5-1)\pi}{10} + \cos\frac{(5+1)\pi}{10} + \cos\frac{(10-1)\pi}{10} \\
&= \cos\frac{\pi}{10} + \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{10}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{10}\right) + \cos\left(\pi - \frac{\pi}{10}\right) \\
&= \cos\frac{\pi}{10} + \sin\frac{\pi}{10} - \sin\frac{\pi}{10} - \cos\frac{\pi}{10} = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B &= \cos\frac{\pi}{8} - \sin\frac{3\pi}{8} + \sin\frac{5\pi}{8} + \cos\frac{7\pi}{8} \\
&= \cos\frac{\pi}{8} - \sin\frac{(4-1)\pi}{8} + \sin\frac{(4+1)\pi}{8} + \cos\frac{(8-1)\pi}{8} \\
&= \cos\frac{\pi}{8} - \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{8}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{8}\right) + \cos\left(\pi - \frac{\pi}{8}\right) \\
&= \cos\frac{\pi}{8} - \cos\frac{\pi}{8} + \cos\frac{\pi}{8} - \cos\frac{\pi}{8} = 0
\end{aligned}$$

b) Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'équation $\sin x = \frac{-1}{5}$:
$x = \sin^{-1}\left(\frac{-1}{5}\right) + 2k\pi$ ou $x = \pi - \sin^{-1}\left(\frac{-1}{5}\right) + 2k\pi,\ \ k \in \mathbb{Z}$
Comme $\sin^{-1}\left(\frac{-1}{5}\right) \approx -0,20135792rad$, on obtient les solutions approchées suivantes :
$x \approx -0,20135792rad\ \ [2\pi]$ ou $x \approx \pi + 0,20135792 = 3,34295057 = -2,940234732rad\ \ [2\pi]$
La solution appartenant à $[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}[$ est $x = \pi - \sin^{-1}\left(\frac{-1}{5}\right) \approx \pi + 0,20135792 = 3,34295057rad$.

c) Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'équation $\cos 3x = \sin(x - \frac{\pi}{4}) \iff \cos 3x = \cos(\frac{\pi}{2} - x + \frac{\pi}{4}) = \cos(\frac{\pi}{4} - x)$:
$3x = \pm(\frac{\pi}{4} - x) + 2k\pi,\ \ k \in \mathbb{Z}$, ce qui équivaut à

$$\begin{aligned}
3x = \frac{\pi}{4} - x + 2k\pi \text{ ou } 3x = -\frac{\pi}{4} + x + 2k\pi &\iff 4x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi \text{ ou } 2x = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi \\
&\iff x = \frac{\pi}{16} + \frac{k\pi}{2} \text{ ou } x = -\frac{\pi}{8} + k\pi
\end{aligned}$$

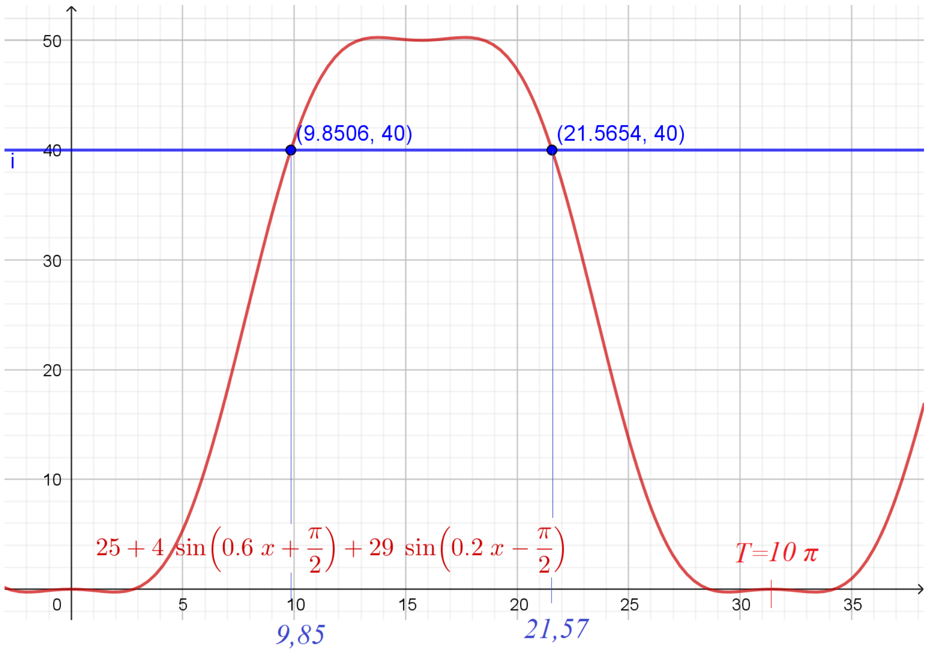
Les solutions dans $[0; 2\pi[$ sont :

- $\frac{\pi}{16}$, $\frac{\pi}{16} + \frac{\pi}{2} = \frac{9\pi}{16}$, $\frac{\pi}{16} + \frac{2\pi}{2} = \frac{17\pi}{16}$, $\frac{\pi}{16} + \frac{3\pi}{2} = \frac{25\pi}{16}$ pour le 1$^{\text{er}}$ type
- $-\frac{\pi}{8} + \pi = \frac{7\pi}{8}$ et $-\frac{\pi}{8} + 2\pi = \frac{15\pi}{8}$ pour le 2$^{\text{e}}$ type

Dans l'ordre, ces six solutions sont $\frac{\pi}{16}$, $\frac{9\pi}{16}$, $\frac{7\pi}{8}$, $\frac{17\pi}{16}$, $\frac{25\pi}{16}$, $\frac{15\pi}{8}$.

d) Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'équation $2\cos^2 x + 7\cos x - 4 = 0 \iff 2X^2 + 7X - 4 = 0$ (avec le changement de variable $X = \cos x$) :
Le discriminant du trinôme étant $\Delta = 7^2 + 4 \times 2 \times 4 = 49 + 32 = 81 = 9^2$, il y a deux solutions en X qui sont $X_1 = \frac{-7+\sqrt{81}}{4} = \frac{-7+9}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ et $X_2 = \frac{-7-\sqrt{81}}{4} = \frac{-7-9}{4} = \frac{-16}{4} = -4$
De ces deux solutions, une seule convient (X_1), l'autre étant trop petite ($X_2 < -1$).
On en déduit $\cos x = \frac{1}{2} \cos\frac{\pi}{3} \iff x = \pm\frac{\pi}{3}\ \ [2\pi]$
Les solutions dans $[0; 2\pi[$ sont $\frac{\pi}{3}$ et $\frac{-\pi}{3} + 2\pi = \frac{5\pi}{3}$.

e) Quelle est la période T de la fonction $f : x \longmapsto 25 + 4\sin(0,6x + \frac{\pi}{2}) + 29\sin(0,2x - \frac{\pi}{2})$?
On a vu que la fonction $x \longmapsto \sin(ax + b)$ a pour période $T = \frac{2\pi}{a}$, donc le terme $4\sin(0,6x + \frac{\pi}{2})$ a pour période $T_1 = \frac{2\pi}{0,6} = \frac{10\pi}{3}$ tandis que le terme $29\sin(0,2x - \frac{\pi}{2})$ a pour période $T_2 = \frac{2\pi}{0,2} = 10\pi$. On voit que 10 périodes T_1 égalent une période T_2, donc la période globale de la fonction f est $T = 10T_1 = T_2 = 10\pi$.
On sait que $\forall x \in \mathbb{R}, -1 \leqslant \sin(x) \leqslant 1$ donc $\forall x \in \mathbb{R}, -4 \leqslant 4\sin(0,6x + \frac{\pi}{2}) \leqslant 4$ et $\forall x \in \mathbb{R}, -29 \leqslant 29\sin(0,2x - \frac{\pi}{2}) \leqslant 29$. Par conséquent, en additionnant ces inégalités entre elles, on obtient $\forall x \in \mathbb{R}, 25 - 4 - 29 \leqslant f(x) \leqslant 25 + 4 + 29 \iff -8 \leqslant f(x) \leqslant 58$.
La courbe de la fonction f sur l'intervalle $[0; 10\pi]$ est tracée ci-dessous.
Les solutions de l'inéquation $f(x) > 40$ sur $[0; T]$ sont comprises entre 9,85 et 21,57 (abscisses des points de la courbe quand celle-ci est au-dessus de la droite d'équation $y = 40$.
Avec la précision de l'énoncé, on peut dire que $f(x) > 40$ pour $10 < x < 22$.



Correction de l'exercice 2 (Produit scalaire(4 points))

a) Évaluons le produit scalaire $\overrightarrow{BJ}\cdot\overrightarrow{IA}$ de deux façons différentes :

- $\overrightarrow{BJ}\cdot\overrightarrow{IA} = (\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CJ})\cdot(\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{BA}) = \overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CJ}\cdot\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{CJ}\cdot\overrightarrow{BA}$.
  Mais $(BC)\perp(BA)$ et donc $\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{BA}=0$ et, de même, $(CJ)\perp(IB)$ et donc $\overrightarrow{CJ}\cdot\overrightarrow{IB}=0$.
  Il reste $\overrightarrow{BJ}\cdot\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{CJ}\cdot\overrightarrow{BA}$.
  Comme I est le milieu de $[BC]$, on a $\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{IB} = -BC\times\frac{BC}{2} = \frac{-BC^2}{2}$ et comme J est le milieu de $[CD]$, on a $\overrightarrow{CJ}\cdot\overrightarrow{BA} = BA\times\frac{BA}{2} = \frac{BA^2}{2} = \frac{(2BC)^2}{2} = 2BC^2$.
  Finalement, on obtient $\overrightarrow{BJ}\cdot\overrightarrow{IA} = \frac{-BC^2}{2}+2BC^2 = \frac{3BC^2}{2}$.
- $\overrightarrow{BJ}\cdot\overrightarrow{IA} = BJ\times IA\times\cos(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{CJ})$.
  D'après le théorème de Pythagore, on a $BJ^2 = BC^2+CJ^2 = BC^2+BC^2 = 2BC^2$ (car $CJ=\frac{BA}{2}=BC$) et $AI^2 = AB^2+BI^2 = (2BC)^2+\left(\frac{BC}{2}\right)^2 = \frac{17BC^2}{4}$.
  On a donc $BJ\times IA = \sqrt{2}BC\times\frac{\sqrt{17}BC}{2} = \frac{\sqrt{34}BC^2}{2}$ et donc $\overrightarrow{BJ}\cdot\overrightarrow{IA} = \frac{\sqrt{34}BC^2}{2}\cos(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{CJ})$.

Par identification des deux formes du produit scalaire, on obtient $\frac{3BC^2}{2} = \frac{\sqrt{34}BC^2}{2}\cos(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{CJ})$.
On en tire le cosinus de l'angle :
$\cos(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{CJ}) = \frac{3BC^2}{2}\div\frac{\sqrt{34}BC^2}{2} = \frac{3\times2}{2\sqrt{34}} = \frac{3}{\sqrt{34}} \approx 0,5144957$.
L'angle cherché est donc $(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{CJ}) = \cos^{-1}(\frac{3}{\sqrt{34}}) \approx 1,03037rad$

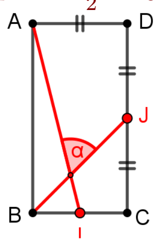


fig.1

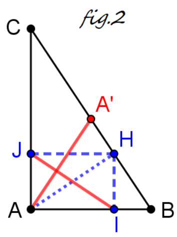


fig.2

b) Montrons que le produit scalaire $\overrightarrow{AA'}\cdot\overrightarrow{IJ}$ est nul :

$\overrightarrow{AA'}\cdot\overrightarrow{IJ} = \frac{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}}{2}\cdot(\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AJ}) = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AJ}+\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AJ}\right)$.
Mais $(AB)\perp(AJ)$ et donc $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AJ}=0$ et, de même, $(AC)\perp(IA)$ et donc $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{IA}=0$.
Il reste $\overrightarrow{AA'}\cdot\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AJ}\right)$.
Comme I est le projeté orthogonal de H sur (AB), le produit scalaire $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{IA}$ est égal à $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{HA}$.
De même, J étant le projeté orthogonal de H sur (AC), on a $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AH}$.
On en déduit que $\overrightarrow{AA'}\cdot\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{HA}+\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AH}\right) = \frac{1}{2}\left(-\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AH}+\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AH}\right) = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}\right)\cdot\overrightarrow{AH} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{AH}$. Or, ce dernier produit scalaire est nul d'après l'énoncé (car H étant le projeté orthogonal de A sur (BC), on a $(BC)\perp(AH)$ et donc $\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{AH}=0$).
Finalement $\overrightarrow{AA'}\cdot\overrightarrow{IJ}=0$. Les droites (AA') et (IJ) sont perpendiculaires.

Correction de l'exercice 3 (Angles (3 points))

a) Dans la situation de la figure, on a :

- $\sin a = \frac{1}{2}$ avec $0 < a < \frac{\pi}{2}$ d'où $a = \frac{\pi}{6}$.
- $\sin b = -\cos b$ avec $\frac{\pi}{2} < b < \pi$ d'où $b = \frac{3\pi}{4}$.
- $\sin c = \cos c$ avec $\pi < c < \frac{3\pi}{2}$ d'où $c = \frac{5\pi}{4}$.
- $\cos d = \frac{1}{2}$ avec $\frac{3\pi}{2} < d < 2\pi$ d'où $d = \frac{5\pi}{3}$.

NB : on pouvait donner d'autres mesures puisqu'on est modulo 2π, en particulier $d = -\frac{\pi}{3}$.

Vérifions la propriété $\star$:

- $a + b = \frac{\pi}{6} + \frac{3\pi}{4} = \frac{(2+9)\pi}{12} = \frac{11\pi}{12}$
- $c + d = \frac{5\pi}{4} + \frac{5\pi}{3} = \frac{(15+20)\pi}{12} = \frac{35\pi}{12}$

La propriété $\star$ est-elle vérifiée ?

Oui, car on est modulo 2π et donc $c + d = \frac{35\pi}{12} - 2\pi = \frac{(35-24)\pi}{12} = \frac{11\pi}{12} = a + b$.

b) Dans le cas général, on peut commencer par rappeler que la médiatrice d'une corde d'un cercle passe par le centre du cercle.

Le triangle AOB est isocèle en O. Nommons P le milieu de $[AB]$. La médiatrice (OP) de $[AB]$ est, en même temps la bissectrice de l'angle $\widehat{AOB}$. Par conséquent $\widehat{AOP} = \frac{\widehat{AOB}}{2} = \frac{b-a}{2}$. L'angle $\widehat{IOP}$ est donc égal à $\widehat{IOA} + \widehat{AOP} = a + \frac{b-a}{2} = \frac{a+b}{2}$.

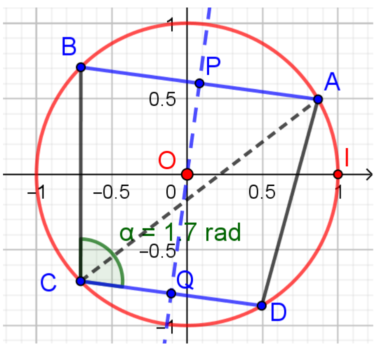
De même, Q étant le milieu de $[CD]$, on a $\widehat{IOQ} = \frac{c+d}{2}$.

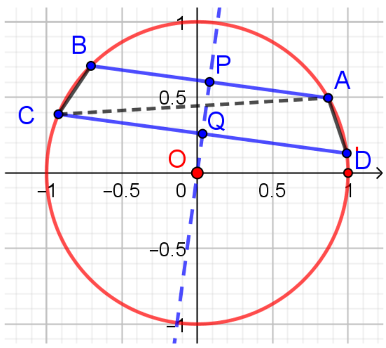
Le parallélisme de (AB) et (CD) implique que les médiatrices (OP) et (OQ) sont confondues. Les points O, P, Q sont donc alignés.

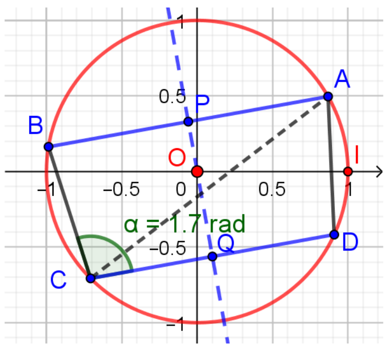
Deux cas se présentent :

- Si $O \in [PQ]$, comme sur la figure de l'énoncé, on a $\widehat{POQ} = \pi$ ce qui se traduit par l'égalité $\frac{c+d}{2} = \frac{a+b}{2} + \pi$. Cette égalité est vraie modulo 2π, elle s'écrit $\frac{c+d}{2} = \frac{a+b}{2} + \pi + 2k\pi,\ \ k \in \mathbb{Z}$.
En multipliant les deux membres par 2, on obtient $c + d = a + b + 2\pi + 4k\pi = a + b + 2k'\pi$, c'est équivalent de $c + d = a + b\ \ [2\pi]$, soit la propriété $\star$.
- Si $O \notin [PQ]$, comme sur la figure du centre, on a $\widehat{POQ} = 0$ ce qui se traduit par l'égalité $\frac{c+d}{2} = \frac{a+b}{2}$.

La propriété $\star$ est donc toujours vraie.







c) D'après le théorème de l'angle inscrit, l'angle inscrit $\widehat{ACB}$ interceptant le même arc $\overset{\frown}{AB}$ que l'angle au centre $\widehat{AOB}$, on a $\widehat{ACB} = \frac{\widehat{AOB}}{2} = \frac{b-a}{2}$.

De même, l'angle inscrit $\widehat{ACD}$ interceptant le même arc $\overset{\frown}{AD}$ que l'angle au centre $\widehat{AOD}$, on a $\widehat{ACD} = \frac{\widehat{AOD}}{2} = \frac{a-d}{2}$.

On en déduit que $\widehat{BCD} = \widehat{BCA} + \widehat{ACD} = \frac{b-a}{2} + \frac{a-d}{2} = \frac{b-d}{2}$ (on aurait pu trouver cela directement).

Mais d'après la propriété $\star$, on a $a + b = c + d \iff d = a + b - c$, on a donc $\widehat{BCD} = \frac{b-(a+b-c)}{2} = \frac{c-a}{2}$.

Vérifions cette valeur dans le cas particulier : $\frac{c-a}{2} = \frac{1}{2}\left(\frac{\frac{5\pi}{4} - \pi}{6}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{15-2\pi}{12}\right) = \frac{13\pi}{24} \approx 1,701696 rad$.

La mesure affichée par GeoGebra correspondant à cette valeur, notre formule est confirmée.

Les autres angles du trapèze isocèle $ABCD$ sont simples à déterminer :

$\widehat{ACD} = \widehat{BCD}$ (le trapèze est isocèle) ; $\widehat{ABC} = \widehat{DAB} = \pi - \widehat{BCD} = \pi - \frac{c-a}{2}$ (angle alterne-interne).

Une dernière remarque : cette formule ne prend pas en compte le nombre b car si on modifie sa valeur les angles du trapèze ne sont pas modifiés (voir la figure de droite). C'est encore une conséquence du théorème de l'angle inscrit.

Correction de l'exercice 4 (Algorithmique (3 points))

a) Donnons la valeur de a à chaque étape du traitement lorsqu'on entre $a = 41$ et $b = 5$.

Étape	0	1	2	3	4
a	41	31	21	11	1
b	5	5	5	5	5
$\frac{a}{b}$	$\frac{41}{5} > 1$	$\frac{31}{5} > 1$	$\frac{21}{5} > 1$	$\frac{11}{5} > 1$	$\frac{1}{5} < 1$

Le résultat affiché est $a = 1$ et $b = 5$, ce qui correspond à la valeur $\frac{\pi}{5}$.
Ce nombre est bien compris dans l'intervalle $]-\pi;\pi]$ et il est égal modulo 2π à la mesure de départ ($\frac{41\pi}{5} - 8\pi = \frac{\pi}{5}$), donc ce résultat est correct.

b) La partie manquante de l'algorithme traite le cas où a et b ne sont pas de même signe (identifié par un produit $a \times b$ négatif). On suppose que $a < 0$ et $b > 0$ (éliminant le cas $a > 0$ et $b < 0$ qui pourrait être traité également mais ce n'était pas demandé). Comme on doit ajouter des tours (et non les retrancher) jusqu'à arriver dans l'intervalle $]-\pi;\pi]$ par le bas (plutôt que par le haut), deux modifications doivent être apportées à la boucle « Tant que » :
→ Tant que $\frac{a}{b} < -1$
→ → Affecter à a la valeur $a + 2b$
L'algorithme modifié est écrit à droite.

Saisir a et b
Si $a * b > 0$ alors
→ Tant que $\frac{a}{b} > 1$
→ → Affecter à a la valeur $a - 2b$
→ Fin du « Tant que »
→ Sinon
→ Tant que $\frac{a}{b} < -1$
→ → Affecter à a la valeur $a + 2b$
→ Fin du « Tant que »
Fin du « Si »
Afficher a et b

Donnons les étapes du traitement lorsque $a = -19$ et $b = 4$.

Étape	0	1	2
a	-19	-11	-3
b	4	4	4
$\frac{a}{b}$	$\frac{-19}{4} < -1$	$\frac{-11}{4} < -1$	$\frac{-3}{4} > -1$

c) Le programme qui traduit l'algorithme est écrit ici en Python pour la calculatrice Numworks. Avec les couples ($a = 2018; b = 3$) et ($a = -195; b = 16$), on obtient des résultats affichés qui sont $a = 2$ $b = 3$ et $a = -3$ $b = 16$ ce qui correspond aux valeurs $\frac{2\pi}{3}$ et $\frac{-3\pi}{16}$.

```
def mp(a,b):
  if a*b>0 :
    while a/b>1:a=a-2*b
  else :
    while a/b<-1:a=a+2*b
  print("a=",a,"b=",b)
```

```
>>> mp(41,5)
a= 1 b= 5
>>> mp(-19,4)
a= -3 b= 4
>>> mp(2018,3)
a= 2 b= 3
>>> mp(-195,16)
a= -3 b= 16
```