TP p.231 : Pratiquer l'algorithmique et programmer

TP Pratiquer l'algorithmique et programmer

Approximation de π par la méthode d'Archimède

Géomètre hors pair, Archimède est considéré comme le plus grand mathématicien de l'Antiquité grecque. Au IIIe siècle av. J.-C., il propose une méthode permettant d'encadrer le nombre π, qui a prévalu jusqu'au milieu du XVIIe siècle dans le calcul des décimales de π. Pour cela, il utilise les deux résultats suivants, énoncés dans son ouvrage *De la sphère et du cylindre*.

- Si un polygone est inscrit dans un cercle, le contour du polygone inscrit est plus petit que la circonférence de ce cercle.
- Si un polygone est circonscrit à un cercle, le contour du polygone circonscrit est plus grand que la circonférence de ce cercle.

Ce TP présente la méthode d'Archimède pour approcher π, adaptée avec les notations actuelles de la trigonométrie, qui étaient encore inconnues du temps d'Archimède.

Objectif PYTHON
Manipuler, transformer et utiliser des fonctions.

Info
D'après la légende, Archimède était en train de tracer une figure sur le sol lors du siège de Syracuse par les Romains. L'un d'entre eux, vexé par son désintérêt, l'aurait alors transpercé de sa lance.

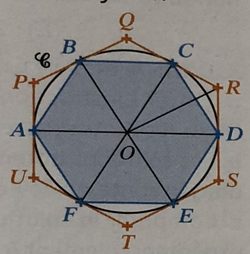
Partie A « Papier-crayon » : mise en place de deux suites

On note $\mathscr{C}$ le cercle de centre O et de rayon 1.

1. Étape $n=1$

Sur la figure ci-contre, les hexagones réguliers $ABCDEF$ et $PQRSTU$ sont respectivement inscrit dans le cercle $\mathscr{C}$ et circonscrit à $\mathscr{C}$.

Les milieux des côtés de $PQRSTU$ sont les sommets de $ABCDEF$.



a. Justifier que (OR) est la bissectrice de l'angle $\widehat{DOC}$.

b. Justifier que :

- l'arête de l'hexagone $ABCDEF$ mesure $2\sin\frac{\pi}{6}$;
- l'arête de l'hexagone $PQRSTU$ mesure $2\tan\frac{\pi}{6}$.

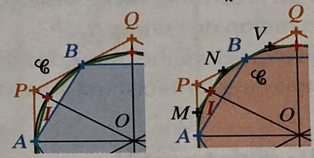
c. En déduire que $3<\pi<2\sqrt{3}$.

2. D'une étape k à l'étape $(k+1)$

Pour tout entier $k\geqslant 1$, on note $\mathscr{I}_k$ le polygone inscrit dans $\mathscr{C}$ et $\mathscr{P}_k$ le polygone circonscrit à $\mathscr{C}$ à l'étape k.

Les polygones de l'étape $(k+1)$ se construisent à partir des polygones $\mathscr{I}_k$, $\mathscr{P}_k$ et des points d'intersection des rayons « point O - sommet de $\mathscr{P}_k$ » avec le cercle $\mathscr{C}$:

- le polygone inscrit $\mathscr{I}_{k+1}$ a pour sommets ces points et les sommets de $\mathscr{I}_k$;
- le polygone circonscrit $\mathscr{P}_{k+1}$ est porté par les parallèles en ces points aux arêtes de $\mathscr{I}_k$ et les arêtes de $\mathscr{P}_k$.



Justifier que pour tout entier $n\geqslant 1$:

a. les polygones $\mathscr{I}_n$ et $\mathscr{P}_n$ possèdent $6\times 2^{n-1}$ arêtes ;

b. l'arête du polygone $\mathscr{I}_n$ mesure $2\sin\left(\frac{\pi}{3\times 2^n}\right)$;

c. l'arête du polygone $\mathscr{P}_n$ mesure $2\tan\left(\frac{\pi}{3\times 2^n}\right)$.

3. En déduire un encadrement de π obtenu l'étape n.

Partie B Estimation de π et précision

1. On considère la fonction périmètre_inscrit écrite en langage Python suivante.

```
from math import*
def périmètre_inscrit(n):
    a=2*sin(pi/(3*2**n))
    N=6*2**(n-1)
    return a*N/2
```

a. Calculer les images par périmètre_inscrit des entiers compris entre 1 et 5.

b. Que représentent ces valeurs dans le contexte de l'exercice ?

c. Que renvoie la fonction périmètre_inscrit de façon générale ?

2. Écrire une fonction périmètre_circoncrit qui prend en argument le numéro n de l'étape et qui renvoie le périmètre du polygone $\mathscr{P}_n$. La programmer.

3. a. Soit un réel $p>0$. Écrire et programmer une fonction encadrement prenant en argument le réel p et renvoyant une valeur approchée de π à p près.

b. Au bout de combien d'étapes obtient-on une estimation de π à 0,001 près ?

4. Dans son ouvrage *De la mesure du cercle*, Archimède propose l'encadrement suivant :

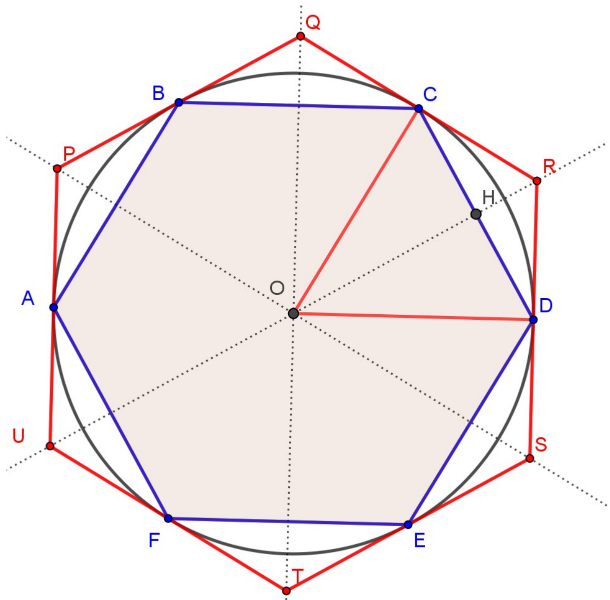
$$3+\frac{10}{71}<\pi<3+\frac{1}{7}$$

Cet encadrement est-il compatible avec les calculs précédents ?

Partie A : « Papier-crayon » mise en place de deux suites

1a) **Étape n°1**

Par construction ABCDEF étant un hexagone régulier et PQRSTU également,
CR=DR donc C est sur la médiatrice de [CD].
OR=*OD* donc *O* est sur la médiatrice de [*CD*].
La droite (*OR*) est donc la médiatrice de [*CD*], et le triangle *OCD* étant isocèle en *O*, cette médiatrice de la base est en même temps la bissectrice de l'angle principal $\widehat{DOC}$.



1a) Le rayon du cercle OD=1
L'angle du triangle équilatéral *OCD* mesure $\frac{\pi}{3}$, par conséquent l'angle $\widehat{DOR}$ mesure $\frac{\pi}{6}$.

- Dans le triangle *DOH* rectangle en *H* (*H* est le pied de la hauteur issue de *O* dans *DOC*), on a : $\frac{DH}{DO}=\sin\frac{\pi}{6} \Leftrightarrow DH=\sin\frac{\pi}{6}$ (*DO*=1) et comme *DC*=2*DH*, on a $DC=2\sin\frac{\pi}{6}$. L'hexagone ABCDEF a des côtés qui mesurent $2\sin\frac{\pi}{6}$.
- Dans le triangle *ODR* rectangle en *D*, on a : $\frac{DR}{DO}=\tan\frac{\pi}{6} \Leftrightarrow DR=\tan\frac{\pi}{6}$ (*DO*=1) et comme *SR*=2*DR*, on a $SR=2\tan\frac{\pi}{6}$. L'hexagone PQRSTU a des côtés qui mesurent $2\tan\frac{\pi}{6}$.

1c) La longueur du cercle de rayon 1 est égale à 2π. Or on peut ici l'encadrer par la longueur des deux polygones soit $6\times 2\sin\frac{\pi}{6}<2\pi<6\times 2\tan\frac{\pi}{6} \Leftrightarrow 6\sin\frac{\pi}{6}<\pi<6\tan\frac{\pi}{6}$.

Sachant que $\sin\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}$ et $\tan\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{3}$, on en déduit $6\times\frac{1}{2}<\pi<6\times\frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow 3<\pi<2\sqrt{3}\approx 3{,}46$.

2a) **De l'étape *k* à l'étape *k*+1**
Les polygones $\mathcal{I}_n$ et $\mathcal{R}_n$ possèdent 2 fois plus d'arêtes que les polygones de l'étape précédente (notés $\mathcal{I}_{n-1}$ et $\mathcal{R}_{n-1}$) car, à chaque étape, on dédouble les arêtes de chacun des polygones :

- au polygone inscrit, on ajoute un point du cercle au milieu de chacun des arcs joignant 2 sommets consécutifs, doublant ainsi chaqe arête
- au polygone circonscrit, on tronque chacun de ces angles, remplaçant chacun de ces sommets par une nouvelle arête

Comme on part d'hexagones ($\mathcal{I}_1$ et $\mathcal{R}_1$ possèdent chacun 6 arêtes) en doublant ces nombres *n*-1 fois (il y a *n*-1 étapes pour passer de l'étape 1 à l'étape *n*), il y a donc $6\times 2^{n-1}$ arêtes à $\mathcal{I}_n$ et $\mathcal{R}_n$

2b et 2c) L'angle au centre est aussi divisé par 2 dans le passage de l'étape *n*-1 à l'étape *n*.

- Pour le polygone inscrit, au départ l'angle au centre mesurait $\frac{\pi}{6}$ et le côté du polygone $\mathcal{I}_1$ était de $2\sin\frac{\pi}{6}$; à l'étape *n* l'angle au centre mesure $\frac{\pi}{6\times 2^{n-1}}$, soit $\frac{\pi}{3\times 2^n}$ et le côté du polygone $\mathcal{I}_n$ mesure $2\sin\frac{\pi}{3\times 2^n}$.
- Pour le polygone circonscrit, au départ l'angle au centre mesurait $\frac{\pi}{6}$ et le côté du polygone $\mathcal{R}_1$ était de $2\tan\frac{\pi}{6}$; à l'étape *n* l'angle au centre mesure $\frac{\pi}{6\times 2^{n-1}}$, soit $\frac{\pi}{3\times 2^n}$ et le côté du polygone $\mathcal{R}_n$ mesure $2\tan\frac{\pi}{3\times 2^n}$.

Comme dans la question 1, on peut en déduire un encadrement de π. On peut, encore ici, encadrer la longueur du cercle de rayon 1 par la longueur des deux polygones soit :

$$6\times 2^{n-1}\times 2\sin\frac{\pi}{3\times 2^n}<2\pi<6\times 2^{n-1}\times 2\tan\frac{\pi}{3\times 2^n}\Leftrightarrow 3\times 2^n\times\sin\frac{\pi}{3\times 2^n}<\pi<3\times 2^n\times\tan\frac{\pi}{3\times 2^n}.$$

Partie B : Estimation de π et précision

1a) Pour n allant de 1 à 5, on trouve les valeurs suivantes :

```
from math import *
def perimetre_inscrit(n):
    a=2*sin(pi/(3*2**n))
    N=3*2**n
    return a*N/2

for i in range (1,6):
    print("pour n=",i,"périmètre inscrit=",perimetre_inscrit(i))
```

```
pour n= 1 périmètre inscrit= 2.9999999999999996
pour n= 2 périmètre inscrit= 3.105828541230249
pour n= 3 périmètre inscrit= 3.1326286132812378
pour n= 4 périmètre inscrit= 3.1393502030468667
pour n= 5 périmètre inscrit= 3.1410319508905093
```

1b et c) Ce sont les approximations par défaut de π données par la méthode d'Archimède (lui ne disposait pas de calculatrice...). D'une façon générale, la `fonction perimetre_inscrit(n)` renvoie l'approximation par défaut de π calculée à partir du polygone inscrit de l'étape n.

2) Pour n allant de 1 à 5, les approximations par excès de π données par la méthode d'Archimède sont calculées par la `fonction perimetre_circonscrit(n)` :

```
def perimetre_circonscrit(n):
    a=2*tan(pi/(3*2**n))
    N=3*2**n
    return a*N/2

for i in range (1,6):
    print("pour n=",i,"périmètre circonscrit=",perimetre_circonscrit(i))
```

```
pour n= 1 périmètre circonscrit= 3.4641016151377544
pour n= 2 périmètre circonscrit= 3.2153903091734723
pour n= 3 périmètre circonscrit= 3.1596599420975
pour n= 4 périmètre circonscrit= 3.146086215131435
pour n= 5 périmètre circonscrit= 3.1427145996453683
```

3a) La fonction `encadrement(p)` utilise l'encadrement de π donné par la méthode d'Archimède et calcule une étape supplémentaire jusqu'à ce que la différence entre la vraie valeur de π et la valeur centrale de l'intervalle défini par les bornes de l'encadrement soit inférieure à la valeur du réel `p` entré (j'ai rebaptisé pour l'occasion les 2 fonctions précédentes).

```
def encadrement(p):
    n=1
    while abs(pi-(p_insc(n)+p_circ(n))/2)>p:
        n+=1
    return n,(p_insc(n)+p_circ(n))/2

print(encadrement(0.001))
```

```
(5, 3.1418732752679386)
```

3b) Au bout de 5 étapes, la valeur approchée calculée est distante de π de moins d'un millième.

4) L'encadrement proposé par Archimède équivaut à

$$\frac{223}{71} < \pi < \frac{22}{7} \Leftrightarrow 3{,}14084507 < \pi < 3{,}142857143$$

3,14084507 est plus proche de 3,1410319508905093 que de toutes les autres valeurs approchées par défaut ; de même 3,142857143 est plus proche de 3,1427145996453683 que de toutes les autres valeurs approchées par défaut :

```
pour n= 1  on a  2.9999999999999996 < pi < 3.4641016151377544
pour n= 2  on a  3.105828541230249 < pi < 3.2153903091734723
pour n= 3  on a  3.1326286132812378 < pi < 3.1596599420975
pour n= 4  on a  3.1393502030468667 < pi < 3.146086215131435
pour n= 5  on a  3.1410319508905093 < pi < 3.1427145996453683
pour n= 6  on a  3.1414524722854615 < pi < 3.1418730499798233
pour n= 7  on a  3.1415576079118575 < pi < 3.141662747056848
pour n= 8  on a  3.1415838921483177 < pi < 3.141610176604689
pour n= 9  on a  3.1415904632280496 < pi < 3.1415970343215256
```

En effet, si on calcule les écarts de 3,14084507 avec toutes les valeurs approchées par défaut :

```
pour n= 1  écart entre le périmètre inscrit et 3+10/71 = 0.14084507042253547
pour n= 2  écart entre le périmètre inscrit et 3+10/71 = 0.03501652919228615
pour n= 3  écart entre le périmètre inscrit et 3+10/71 = 0.008216457141297262
pour n= 4  écart entre le périmètre inscrit et 3+10/71 = 0.0014948673756682285
pour n= 5  écart entre le périmètre inscrit et 3+10/71 = 0.00018688046797432634
pour n= 6  écart entre le périmètre inscrit et 3+10/71 = 0.0006074018629265154
pour n= 7  écart entre le périmètre inscrit et 3+10/71 = 0.000712537489322429
pour n= 8  écart entre le périmètre inscrit et 3+10/71 = 0.0007388217257826568
pour n= 9  écart entre le périmètre inscrit et 3+10/71 = 0.0007453928055145553
```

Et si on calcule les écarts de 3,142857143 avec toutes les valeurs approchées par excès :

```
pour n= 1  écart entre le périmètre circonscrit et 3+1/7 = 0.3212444722806116
pour n= 2  écart entre le périmètre circonscrit et 3+1/7 = 0.07253316631632956
pour n= 3  écart entre le périmètre circonscrit et 3+1/7 = 0.016802799240357214
pour n= 4  écart entre le périmètre circonscrit et 3+1/7 = 0.003229072274292033
pour n= 5  écart entre le périmètre circonscrit et 3+1/7 = 0.00014254321177453733
pour n= 6  écart entre le périmètre circonscrit et 3+1/7 = 0.0009840928773194868
pour n= 7  écart entre le périmètre circonscrit et 3+1/7 = 0.0011943958002946786
pour n= 8  écart entre le périmètre circonscrit et 3+1/7 = 0.001246966252453685
pour n= 9  écart entre le périmètre circonscrit et 3+1/7 = 0.0012601085356171993
```

Conclusion :

Archimède a été jusqu'à calculer les valeurs de l'étape 5 (les polygones avaient alors 96 côtés!) ce qui lui a permis de donner cet excellent encadrement à près de 4 chiffres décimaux (lui calculait avec des fractions et dans la base soixante, ce qui explique qu'on n'obtient pas exactement ses valeurs).

TP p.233 : Table des cordes/ L'histoire du SINUS

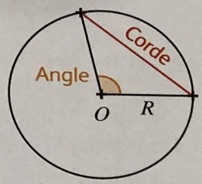
TP1 Table des cordes

TRAVAIL DE GROUPE

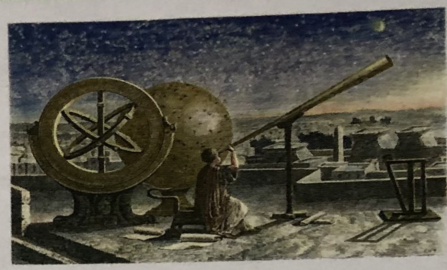
On considère souvent le mathématicien grec Hipparque de Nicée (IIe siècle av. J.-C.), grand astronome de l'Antiquité, comme le fondateur de la trigonométrie.

Il a établi les premières tables de cordes, permettant le passage de la **mesure des angles** à celle **des cordes**.

Dans un cercle de rayon 3 436, les valeurs étaient tabulées de 7°30' à 180° par pas de 3°45.



Loin du cercle trigonométrique actuel, l'idée au fil de l'histoire va faire son chemin.



Info

Les premières tables de cordes d'Hipparque ont été malheureusement perdues. Celles de Ptolémée (IIe siècle), issues de son traité *L'Almageste*, sont souvent considérées comme les premières « fonctions » en mathématiques.

TABLE DES DROITES INSCRITES DANS LE CERCLE.

ARCS.		CORDES.			TRENTIÈMES DES DIFFÉRENCES.			
Degrés	Min.	Part. du Diam.	Prim	Secon.	Part.	Prim.	Secon.	Tierc.
0	30	0	31	25	0	1	2	50
1	0	1	2	50	0	1	2	50
1	30	1	34	15	0	1	2	50
2	0	2	5	40	0	1	2	50
2	30	2	37	4	0	1	2	48
3	0	3	8	28	0	1	2	48
20	0	20	50	16	0	1	1	51
20	30	21	21	12	0	1	1	48
21	0	21	52	6	0	1	1	45

Aide de lecture

Dans un cercle de rayon 60, pour un angle au centre de 2°, la corde correspondante mesure :

$$2+\frac{5}{60}+\frac{40}{60^2}$$

Partie A La mesure de la corde au IIe siècle

Au IIe siècle, Ptolémée, s'appuyant sur les travaux d'Hipparque, construit une nouvelle table des cordes pour un cercle de rayon 60, les valeurs étant données en base 60, sous la forme de tableaux à trois colonnes. On s'intéresse ici aux deux premières :

- la mesure des arcs de cercle, c'est-à-dire des angles au centre, en degré, tabulée avec un pas de 30' ;
- la mesure des cordes correspondantes, en base 60.

On considère l'extrait donné ci-contre.

1. En utilisant l'aide de lecture, estimer la longueur de la corde correspondant à un angle au centre de 1° pour un cercle de rayon 60.
2. Quelle est alors la longueur de la corde correspondant à un angle au centre de 1° pour le cercle trigonométrique ?
3. Ptolémée approche la demi-circonférence d'un cercle par la succession de 180 cordes correspondant à un angle au centre de 1°. Quelle approximation de π obtient-il alors ?

Partie B Avec les notations actuelles

On considère un quart de cercle $\mathscr{C}$ de centre O et de rayon 1. A et B sont deux points de $\mathscr{C}$ et on note H le pied de la hauteur issue de A dans le triangle OAB. On note θ l'angle $\widehat{AOB}$.

1. a. Justifier que $AH=\sin\theta$ et que $OH=\cos\theta$.
b. En se plaçant dans le triangle BAH, montrer que :
$$AB^2=2(1-\cos\theta)$$
2. a. Montrer que $1-\cos\theta=2\sin^2\frac{\theta}{2}$, en utilisant que, pour tout réel x, $\cos 2x=1-2\sin^2 x$ (admis).
b. En déduire $AB=2\sin\frac{\theta}{2}$.
3. a. En utilisant l'extrait de la table de la **Partie A**, montrer que, pour Ptolémée et pour un cercle de rayon 60, la corde $[AB]$ relative à un angle de 20° mesure $\frac{9377}{450}$.
b. À l'aide de la formule trouvée à la question **2. b.**, déterminer une approximation de $\sin 10°$.
c. Comparer avec le résultat de la calculatrice.

Partie C. À l'écrit ou à l'oral

En complétant les résultats obtenus dans les **parties A** et **B** par des recherches personnelles, présenter un résumé de **l'histoire du sinus**.

Info

En 499, le mathématicien indien Aryabhata pensa à considérer la demi-corde de l'angle double plutôt que la corde de l'angle. Les Indiens ont ainsi remplacé les tables de cordes par celle des sinus. Étymologiquement, sinus est la demi-corde : le terme vient de *jiva* en sanscrit, qui donna *jiiba* en arabe, puis en latin *sinus*.

Partie A : la mesure des cordes au IIe siècle

1) La longueur d'une corde d'un cercle de rayon 60 et d'angle au centre de 1°, d'après Ptolémée est de 1,2;50 (notations babyloniennes, en base soixante), soit $1+\frac{2}{60}+\frac{50}{60^2}=\frac{377}{360}\approx 1{,}047$ ce qui n'est pas si mal comme approximation puisque cette longueur mesure $2\times 60\sin\left(\frac{\pi}{90}\right)\approx 1{,}04718426$.

2) Si on réduit la figure d'un facteur 60 (les longueurs sont toutes divisées par 60 mais les angles sont conservés), la longueur d'une corde d'un cercle de rayon 1 et d'angle au centre de 1° mesure, toujours d'après Ptolémée, $\frac{377}{360\times 60}=\frac{377}{21600}\approx 0{,}0175$.

3) En juxtaposant 180 cordes d'angle au centre 1° et de rayon 1, Ptolémée obtient une bonne approximation de la longueur du demi-cercle de rayon qui mesure π en réalité. Lui trouve $\frac{180\times 377}{21600}=\frac{377}{120}\approx 3{,}1416667$ ce qui s'éloigne de π de seulement 0,000074.

Partie B : avec les notations actuelles

1a) Sans perte de généralité, je peux faire correspondre le point B au point I du cercle trigonométrique. Ainsi, dans le triangle AHO rectangle en H :

$\frac{AH}{AO}=\sin\theta$ et comme $AO=1$, on a $AH=\sin\theta$.

$\frac{OH}{AO}=\cos\theta$ et comme $AO=1$, on a $OH=\sin\theta$.

1b) Dans le triangle AHB rectangle en H, d'après le théorème de Pythagore :

$AB^2=AH^2+HB^2=\sin^2\theta+(OB-OH)^2=\sin^2\theta+(1-\cos\theta)^2=\sin^2\theta+\cos^2\theta+1-2\cos\theta=2(1-\cos\theta)$

2a) Sachant que $\cos 2x=1-2\sin^2 x$, en remplaçant x par $\frac{\theta}{2}$, on obtient $\cos\theta=1-2\sin^2\frac{\theta}{2}$, soit $2\sin^2\frac{\theta}{2}=1-\cos\theta$.

2b) Par conséquent, dans le cercle trigonométrique, $AB^2=2(1-\cos\theta)=4\sin^2\frac{\theta}{2}$ et, en prenant la racine carrée de cette égalité, pour $0\leq\theta\leq\pi$, on a $AB=2\sin\frac{\theta}{2}$.

3a) La longueur d'une corde d'un cercle de rayon 60 et d'angle au centre de 20°, d'après Ptolémée est de 20,50;16, soit $20+\frac{50}{60}+\frac{16}{60^2}=\frac{7516}{3600}=\frac{9377}{450}\approx 20{,}8377778$.

3b) La corde d'un cercle de rayon 60 et d'angle au centre de 20°, réduite d'un facteur 60, correspond à la longueur AB calculée précédemment dans le cercle trigonométrique.
D'après la formule, celle-ci mesure $2\sin 10°$.
Or, d'après la table de Ptolémée, cette longueur vaut $\frac{1}{60}\times\frac{9377}{450}=\frac{9377}{27000}\approx 0{,}3472963$.
On en déduit la valeur de $\sin 10°=\frac{1}{2}\times\frac{9377}{450}=\frac{9377}{54000}\approx 0{,}17364815$.

3c) La calculatrice donne $\sin 10°\approx 0{,}17364817766693$; la différence avec la valeur estimée grâce à la table de Ptolémée est environ égale à 0,00000003 ce qui est vraiment très peu.

4) L'histoire du sinus, d'après [M@ths et tiques]() et [Wikipédia]()
Il faut remonter jusqu'aux babyloniens, 2000 ans avant notre ère, pour trouver les premières traces de tables de données astronomiques. Car à la base, la trigonométrie est une géométrie appliquée à l'étude du monde, de l'univers et est indissociable de l'astronomie.

On attribue à Hipparque de Nicée (-190 ; -120) les premières tables trigonométriques qui furent malheureusement perdues. Elles font correspondre l'angle au centre et la longueur de la corde interceptée dans le cercle.

Le grec Claude Ptolémée (II^{e} siècle) poursuit dans l'*Almageste* les travaux d'Hipparque avec une meilleure précision et introduit les premières formules de trigonométrie. Ce sont ses tables que l'on étudie dans ce TP et on a vu qu'elles conservent l'écriture des babyloniens en base soixante.

En Orient, l'indien Aryabhata l'ancien (476 ; 550) utilise la demi corde et donne les premières tables de sinus. On retrouve la configuration du sinus dans le triangle rectangle telle qu'elle est enseignée aux collégiens aujourd'hui.

Dès le XIII^{e} siècle, les arabes, tel que les perses Mohammed al Khwarizmi (780 ; 850) et al Tusi (1201-1274) utilisent et développent ces tables et séparent la trigonométrie de l'astronomie.

L'astronome et mathématicien allemand Regiomontanus, de son vrai nom Johann Müller développe la trigonométrie comme une branche indépendante des mathématiques. Il serait à l'origine de l'usage systématique du terme *sinus*.
Dans le TP, on affirme que le terme dérive du sanscrit *jiva* qui signifierait demi-corde (ce terme ayant été traduit par *jiiba* en arabe).
Wikipédia précise que *jiva* (corde) est un raccourci de *ardha-jiva* (demi-corde). Vers le XII^{e} siècle les traducteurs latins des travaux arabes, prenant le mot جَيْبٌ *jaib* pour son homonyme désignant une cavité ou un pli dans un vêtement, le traduisirent par le mot latin *sinus*.

Au XVI^{e} siècle, le français François Viète (1540 ; 1607) fait évoluer la trigonométrie pour lui donner le caractère qu'on lui connaît aujourd'hui. L'habitude de construire des tables de sinus correspondant à un cercle dont le rayon, fixé arbitrairement et appelé «sinus total», perdure en Europe encore jusqu'à la fin du XVIII^{e} siècle. La fonction sinus se définit aujourd'hui en analyse par une somme infinie, x étant exprimé en radians :

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \cdots + (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} + \cdots = \sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} \;;$$